

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. А. Ковалев, А. Е. Орданович, Роль когерентных структур в процессе переноса тепла в стратифицированном турбулентном течении в горизонтальном канале, *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем., мех.*, 1988, номер 3, 77–81

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.239.90.61

9 ноября 2024 г., 17:24:20



Тогда $P(x, D)$ локально неразрешим на некотором подмножестве проекции отрезка кривой $\gamma(t)$, $t \in [a, b]$.

Операторы с главным символом типа (1) можно привести к более простому виду.

Существует (см., например, [4]) однородное (по ξ) каноническое преобразование класса C^∞ из канонической окрестности множества $\Gamma = \{(x_1, 0, \dots, 0; 0, \dots, 0, \xi_n^0), x_1 \in [a, b]\} \subset T^*(\mathbb{R}^n) \setminus 0$ в $T^*(\Omega)$, такое, что в окрестности Γ символ оператора $p(x, \xi)$ имеет вид $\xi_1^2 + f(x, \xi') + g(x, \xi')$ (обозначение: $\xi = (\xi_1, \xi')$), где $f(x, \xi')$ — однородная (по ξ') порядка 1 функция, а $g(x, \xi')$ — символ порядка 0. При этом каноническом преобразовании бихарактеристики символа $p_m(x, \xi)$ распрямляются и переходят в отрезки, параллельные оси x_1 . Субглавный символ оператора $P(x, D)$ на характеристическом множестве символа $p_m(x, \xi)$ переходит в субглавный символ $f(x, \xi')$. Микролокальные свойства операторов при однородных канонических преобразованиях не меняются, условия нашей теоремы тоже. Можно, следовательно, переформулировать ее:

Теорема а'. Пусть в канонической окрестности множества $\Gamma = \{(x_1, 0, \dots, 0; 0, \dots, 0, \xi_n^0), x_1 \in [a, b]\} \subset T^*(\mathbb{R}^n) \setminus 0$ символ оператора $P(x, D)$ имеет вид

$$p(x, \xi) = \xi_1^2 + f(x, \xi') + g(x, \xi'),$$

где $f(x, \xi')$ — однородная (по ξ') порядка 1, а $g(x, \xi')$ — символ порядка 0. И пусть

- 1) $\operatorname{Re} f(t, 0; 0, \xi_n^0) < 0$ при $t \in [a, b]$;
- 2) $\operatorname{Im} f(a, 0; 0, \xi_n^0) \cdot \operatorname{Im} f(b, 0; 0, \xi_n^0) < 0$.

Тогда оператор $P(x, D)$ локально неразрешим на некотором подмножестве Γ .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иврий В. Я. Дифференциальные уравнения с кратными характеристиками, не имеющие решений//Докл. АН СССР. 1971. 198, № 2. 279—282.
2. Wenston P. A necessary conditions for the local solvability of the operator//J. Diff. Eq. 1977. 25, N 1. 90—95.
3. Попиванов П. Р. Локальная разрешимость п. д. о. с характеристиками второй кратности//Матем. сб. 1976. 100, № 2. 217—241.
4. Трев Ф. О локальной разрешимости линейных дифференциальных уравнений с частными производными//Успехи матем. наук. 1974. 29, № 2. 252—281.

Поступила в редакцию
21.05.87

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. I. МАТЕМАТИКА. МЕХАНИКА. 1988. № 3

УДК 532.517.4

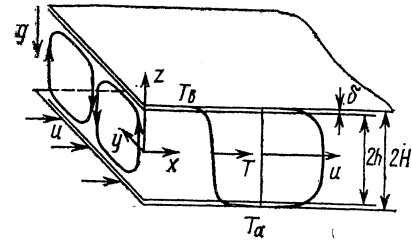
В. А. Ковалев, А. Е. Орданович

РОЛЬ КОГЕРЕНТНЫХ СТРУКТУР В ПРОЦЕССЕ ПЕРЕНОСА ТЕПЛА В СТРАТИФИЦИРОВАННОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ КАНАЛЕ

В последнее время при изучении турбулентных потоков большое внимание уделяется когерентным структурам и их влиянию на формирование свойств течения и на процессы переноса тепла и пассивных

примесей. Примером такого потока является «стратифицированное течение Пуазейля» — напорное течение между двумя горизонтальными пластинами при подогреве нижней стенки и охлаждении верхней. Как показывают эксперименты [1, 2], в таком течении при полностью развитой турбулентности возникают упорядоченные структуры в виде вихревых жгутов, расположенных в направлении средней скорости. Предварительные оценки, проведенные по материалам работы [3], показывают, что даже при нейтральной стратификации на долю крупномасштабных движений приходится не менее 50% всей энергии турбулентности. Поэтому представляет интерес выяснить,

какую роль играют упорядоченные структуры в формировании характеристик потока и переносе тепла, особенно при наличии стратификации.



Рассмотрим математическую модель такого течения [4, 5]. Пусть

$\frac{\partial p}{\partial x} = -B$ — средний градиент кинематического давления по оси X , $\Delta T = T_a - T_b$ — разность температур между стенками, находящимися на расстоянии $2H$ друг от друга (рисунок). В потоке выделяются ядро и два пристенных слоя. Относительно ядра предполагается, что турбулентные движения состоят из мелкомасштабных (по сравнению с шириной канала) пульсаций, сравнительно равномерно распределенных по ядру, и крупномасштабных упорядоченных движений (вихревых жгутов), периодических (с длиной волны $\lambda = \frac{2\pi H}{\alpha}$) в направлении оси Y . Для описания такого течения можно выписать систему уравнений (подробный вывод см. в [5, 6]). Для средних величин

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial z} [\bar{u} \tilde{w}] = \text{Re}_T, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} - \alpha_T \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial z} [\bar{T} \tilde{w}] = 0. \quad (2)$$

Для упорядоченных движений уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} - \alpha_T \Delta \tilde{T} - L(\tilde{T}) &= -\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \cdot \tilde{w}, \\ \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} - \Delta \tilde{u} - L(\tilde{u}) &= -\text{Re}_T \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \tilde{w}, \\ \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} - \Delta \tilde{v} - L(\tilde{v}) &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y}, \\ \frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} - \Delta \tilde{w} - L(\tilde{w}) &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{\text{Re}_T^2}{\text{Fr}} \cdot \tilde{T}, \\ \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$L(\tilde{f}) = \tilde{v} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial y} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial z} - \left[\tilde{v} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial y} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial z} \right].$$

Здесь $u(z)$ и $T(z)$ — безразмерные средняя скорость и температура, \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} и \bar{T} — безразмерные составляющие упорядоченного движения, $Re_T = \frac{U_0 H}{\nu_T}$ — турбулентное число Рейнольдса, $U_0 = \sqrt{BH}$ — масштаб скорости, $Fr = \frac{2B}{g\beta\Delta T}$ — число Фруда, g — ускорение силы тяжести, β — коэффициент термического расширения. Мелкомасштабная турбулентность учитывается коэффициентом турбулентного обмена ν_T и коэффициентом теплопроводности $\lambda_T = \alpha_T \nu_T$. Коэффициент обмена ν_T определяется из уравнения замыкания, в основу которого положено уравнение баланса энергии

$$\frac{1}{Re_T^2} = c^3 \int_0^1 \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 + \frac{\alpha_T}{Fr} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right) + \left[\left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dz. \quad (4)$$

Квадратные скобки везде означают осреднение по переменной y .

Для описания пристенного слоя используется теория подобия Мони́на—Обухова. Как показано в [4, 5], эта теория дает возможность записать граничные условия для уравнений ядра. Эти условия для средних величин имеют вид ($z = \delta$; $1 - \delta$)

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = c_u \bar{u} \bar{u}_r, \quad \alpha_T \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = c_\theta \bar{T} \bar{u}_r, \quad \alpha_T \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = c_\theta (T - 1) \bar{u}_r, \\ \bar{u}_r = \left[\sqrt{(\bar{u} Re_T + \bar{u})^2 + u^2} \right]. \quad (5)$$

Для упорядоченных движений

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = c_\theta \bar{T} \bar{u}_r, \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = c_u \bar{u} \bar{u}_r, \\ \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} = c_u \tilde{v} \bar{u}_r, \quad \tilde{w} = 0. \quad (6)$$

Здесь c_u и c_θ — коэффициенты сопротивления и теплопередачи пристенного слоя, которые могут быть выражены через параметры пристенного слоя: поток тепла, напряжения трения и коэффициент шероховатости $E_0 = z_0/H$. Граничные условия (5) и (6) задаются на расстоянии δ от стенки, которое определяется толщиной пристенного слоя. Это расстояние может быть найдено из условия непрерывности скоростей, температуры и их градиентов на границе ядро — пристенный слой.

Сформулированные уравнения представляют замкнутую систему, содержащую один эмпирический коэффициент c (см. формулу (4)). Авторами была решена система уравнений (1) — (4) (см. [5]) с использованием модифицированного метода Стюарта—Ватсона [7] и получены все характеристики рассматриваемого течения. Найденные решения позволяют оценить вклад когерентных структур в процессы, происходящие в канале.

Рассмотрим эти решения подробнее.

1. Анализ решения позволяет установить энергетический вклад когерентных структур в общий баланс турбулентной энергии. Оценка средней энергии когерентных структур

$$E = \frac{U_0^2}{2} \int_0^1 [\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2 + \tilde{w}^2] dz$$

получается непосредственно из решения. Оценка средней энергии мелкомасштабных пульсаций может быть произведена по формуле

$$\sigma^2 = b (\varepsilon H)^{2/3},$$

где величина диссипации энергии среднего движения и когерентных структур в мелкомасштабную турбулентность ε непосредственно находится из решения, а величина коэффициента b оценивается из предположения, что спектр этой турбулентности подчиняется закону $5/3$ и начинается с третьей гармоники ряда Фурье, описывающего когерентные структуры. Оценки дают для этого члена величину $b \approx 0,38$. Окончательно получаем, что для энергии когерентных структур

$$c_E = \frac{E}{\sigma^2 + E}$$

имеет величину в пределах $30 \div 90\%$ и зависит от внешних параметров задачи.

2. Определим теперь роль когерентных структур в переносе тепла. Для этой цели проинтегрируем соотношение (2):

$$Q = \alpha_T \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} - [\tilde{T} \tilde{w}].$$

Таким образом, общий поток тепла Q является суммой градиентного потока тепла, который определяется мелкомасштабной турбулентностью, и потока тепла, который переносится упорядоченными структурами. Отметим при этом, что на границе ядро — пристенный слой второй член равен нулю, так как $\tilde{w} = 0$ в силу граничных условий. Через эту границу, как и через пристенный слой, тепло переносится только мелкомасштабной турбулентностью. Наибольшее значение в переносе тепла когерентные структуры имеют в центральной части канала, где градиенты температуры становятся малыми (а по некоторым экспериментальным данным даже отрицательными). Таким образом, вклад когерентных структур может быть оценен коэффициентом

$$c_Q = \frac{[\tilde{T} \tilde{w}]_{z=0,5}}{Q(z=0)}.$$

Как показала обработка результатов расчетов, эта величина в данной модели для разных значений параметра стратификации Fg и параметра шероховатости E_0 составляет от 10 до 80%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nikuradze J. Kinematographische Aufnahme einer turbulenten Strömung // Z. angew. Math. und Mech. 1929. 9. 495—496.
2. Ибрагимов М. Х., Субботин В. И., Бобков В. П., Сабелев Г. И., Таранов Г. С. Структура турбулентного потока и механизм теплосбмена в каналах. М., 1977.

3. Конт-Белло Ж. Турбулентное течение в канале с параллельными стенками. М., 1968.
4. Ковалев В. А., Орданович А. Е. Физико-математическая модель турбулентного горизонтального стратифицированного потока с учетом когерентных структур, 1: Построение модели. Деп. ВИНТИ № 2771—81, 1981.
5. Ковалев В. А., Орданович А. Е. Физико-математическая модель турбулентного горизонтального стратифицированного потока с учетом когерентных структур, 2: Расчет структуры и характеристик течения в плоском канале при неустойчивой стратификации. Деп. ВИНТИ № 3170—81, 1981.
6. Латышев А. В., Орданович А. Е. О моделировании упорядоченных структур в открытых турбулентных потоках//Изв. АН СССР. Механ. жидкости и газа. 1981. № 4. 45—52.
7. Герценштейн С. Я., Штемлер Ю. М. О возмущениях конечной амплитуды в пограничном слое//Изв. АН СССР. Механ. жидкости и газа. 1976. № 1. 150—153.

Поступила в редакцию
03.06.85
После доработки
14.10.86

УДК 532.529.5

Т. Р. Аманбаев, А. И. Ивандаев

ВЛИЯНИЕ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ НА СТРУКТУРУ УДАРНЫХ ВОЛН В ПАРОКАПЕЛЬНОЙ СМЕСИ

Структура ударных волн в газозвеси твердых инертных частиц исследована в [1]. Структура волн уплотнения в однокомпонентных смесях пара с каплями при наличии эффектов взаимопревращения фаз впервые изучена в [2], при этом использована наиболее простая двухтемпературная схема межфазного теплообмена. В данной работе для более точного описания кинетики фазовых превращений и анализа их влияния на структуру ударных волн использована трехтемпературная схема [3], применявшаяся ранее при исследовании динамики слабых волн [4]. Рассмотрены достаточно слабые ударные волны, где дробление капель не происходит.

Уравнения плоского одномерного движения газокапельной смеси при наличии фазовых превращений можно записать в виде [3]

$$\frac{d\rho_1 v_1}{dx} = nj_{21}, \quad \frac{d\rho_2 v_2}{dx} = -nj_{21}, \quad \frac{dnv_2}{dx} = 0,$$

$$\rho_1 v_1 \frac{dv_1}{dx} = -\frac{dp}{dx} - nf_{12} + nj_{21}(v_2 - v_1), \quad \rho_2 v_2 \frac{dv_2}{dx} = nf_{12},$$

$$\rho_2 v_2 \frac{de_2}{dx} = -nq_{2\Sigma} - nj_{21}(i_{2s} - i_2), \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx} \left\{ \rho_1 v_1 \left(e_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) + \rho_2 v_2 \left(e_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) + (\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2) p \right\} = 0,$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad \alpha_2 = n\pi d^3/6, \quad \rho_j = \alpha_j \rho_j^0 \quad (j = 1, 2).$$

Здесь нижние индексы $j=1, 2$ относятся соответственно к газовой и дисперсной фазам; $\rho_j^0, \rho_j, \alpha_j$ — истинные, приведенные плотности и объемные содержания фаз; v_j, e_j, i_j — скорости, внутренние энергии и энтальпии; i_{2s} — энтальпия капель в состоянии насыщения; p — давление в газе; n, d — число капель в единице объема смеси и их диаметр;