Ю. Н. Беляев, А. В. Колпаков, Р. Н. Кузьмин, К теории рентгеновской дифракции в монокристаллах с нарушенным поверхностным слоем, *ЖТФ*, 1983, том 53, выпуск 4, 759–761

В случае быстрого магнитного звука для $\theta'(x)$ имеем

$$\theta'(x) = \left[a(x)\left(1 + M_B^2 \sin^2\varphi\right)^{1/2}\right]. \tag{4}$$

Выражение для безразмерной амплитуды имеет вид

$$\frac{\delta\rho(x)}{\rho(x)} = \frac{\delta\rho(x_0)}{\rho(x_0)}\left(\frac{\rho(x)}{\rho(x_0)}\right)^{-\frac{1}{4} + \frac{M_B^2}{2}\sin^2\varphi}, \tag{5}$$

откуда завихренность

$$(\mathrm{rot}\, \mathrm{V})_z = \left[i\omega M_B^2\left(\frac{a(x)\,k_y}{\omega} - \frac{\sin 2\varphi}{2}\right) - a(x)\frac{\rho'(x)}{\rho(x)}\left(\frac{a(x)\,k_y}{\omega} - \frac{5}{8}M_B^2 \sin 2\varphi\right)\right]\frac{\delta\rho(x)}{\rho(x)}. \tag{6}$$

Анализ (5)—(6) показывает, что в отличие от альвеновской волны и медленного магнитного звука «магнитная» завихренность (первый член в квадратных скобках) в быстром магнитном звуке уменьшается с увеличением плотности, а вклад небаротропии (член, пропорциональный $\rho'(x)/\rho(x)$) может возрастать. Это имеет место, например, для степенного закона изменения фоновой плотности $\rho(x) \sim x^n$ в интервале показателей $-1 \leqslant n < 0$. Отметим также, что магнитное поле приводит к сдвигу фазы вихревой компоненты возмущения (6) относительно потенциальной (5).

Итак, магнитное поле оказывает существенное влияние на поведение вихревых возмущений в проводящей среде, особенно при малых длинах волн. Качественно эффект объясняется анизотропией тензора натяжений магнитного поля. Именно анизотропная добавка к давлению приводит к появлению дополнительного «источника» завихренности в правой части уравнения, описывающего поведение вихря в небаротропной среде [2].

Автор выражает благодарность А. Д. Чернину за постановку задачи, А. С. Зильберглейту и Э. А. Троппу за обсуждение результатов.

Литература

[1] *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.* Механика сплошных сред. ГИТТЛ, М. (1953).
[2] *А. С. Зильберглейт, А. Д. Чернин.* Астрофизика, 15, 689 (1979).
[3] *А. С. Зильберглейт, А. Д. Чернин.* Письма ЖТФ, 4, 50 (1978).
[4] *Г. Альвен, К.-Г. Фельтхаммер.* Космическая электродинамика. «Мир», М. (1967).

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
25 апреля 1982 г.

УДК 537.531 : 535.4

К ТЕОРИИ РЕНТГЕНОВСКОЙ ДИФРАКЦИИ В МОНОКРИСТАЛЛАХ С НАРУШЕННЫМ ПОВЕРХНОСТНЫМ СЛОЕМ

Ю. Н. Беляев, А. В. Колпаков, Р. Н. Кузьмин

Необходимость развития методов структурных исследований ионно-имплантированных, окисных и эпитаксиальных слоев на поверхности кристаллов диктуется широким использованием таких двухслойных кристаллов в микроэлектронике. В [1, 2] была предпринята попытка прямого определения параметров нарушенного поверхностного слоя монокристалла по рентгеновским дифракционным спектрам. Авторам удалось оценить только интегральные характеристики, которые не позволяют сделать однозначный вывод о строении нарушенного слоя.

В настоящей работе показано, что фурье-преобразование дифракционного спектра дает возможность определить толщину нарушенного поверхностного слоя и функцию изменения межплоскостного расстояния.

С помощью метода характеристической матрицы, известного из оптики [3] и развитого авторами [4, 5] для рентгеновского диапазона частот, найдена связь коэффициента отражения R рентгеновских лучей двухслойным кристаллом с аналогичными коэффициентами для отдельных слоев

$$R(\mathrm{g}) = \frac{R_1(\mathrm{g})\left[1 - R_1(-\mathrm{g})\,R_2(\mathrm{g})\right] + R_2(\mathrm{g})\,T_1(\mathrm{g})\,T_1(-\mathrm{g})}{1 - \delta R_1(-\mathrm{g})\,R_2(\mathrm{g})}, \tag{1}$$

где R_1 и T_1 — коэффициенты отражения и пропускания верхним нарушенным слоем; R_2 — коэффициент отражения нижним слоем; $\delta = (\sin(\theta - \varphi)/\sin(\theta + \varphi)$; θ — угол между направлением падения плоской волны и кристаллическими плоскостями, создающими отражение; φ — угол между поверхностью кристалла и отражающими плоскостями; $\mathbf{g}$ — вектор дифракции.

Результат (1) имеет два существенных отличия от используемых в [1, 2] выражений. Во-первых, в (1) присутствует множитель $T_1(\mathbf{g})\,T_1(-\mathbf{g})$, который при пренебрежении поглощением описывает фазовую задержку волны, отраженной нижним слоем, по отношению к волне, отраженной верхним слоем. Во-вторых, видна зависимость коэффициента отражения (1) от параметра асимметричности отражения δ.

Дальнейшее рассмотрение мы проведем для симметричного отражения σ-поляризованной волны в кристалле с центром симметрии.

Поскольку считается, что толщина верхнего (нарушенного) слоя значительно меньше, а второго — значительно больше глубины экстинкции, то в (1) можно пренебречь членами второго порядка малости по $R_1(-\mathbf{g})\,R_2(\mathbf{g})$ и выше. Тогда (1) примет вид

$$R(\mathbf{g}) \simeq R_1(\mathbf{g}) + R_2(\mathbf{g})\,T_1(\mathbf{g})\,T_1(-\mathbf{g}) + R_2^2(\mathbf{g})\,R_1(-\mathbf{g})\,T_1(\mathbf{g})\,T_1(-\mathbf{g}). \quad (2)$$

Будем считать, что функция атомного смещения $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ в нарушенном слое зависит только от координаты z вдоль нормали к поверхности кристалла. В этом случае амплитудные коэффициенты отражения и пропускания нарушенным слоем имеют вид [6]

$$R_1(\mathbf{g}) = -i\alpha_0 \int_0^d dz \exp\left[i\left(\mathbf{g}\mathbf{u}(z) - \alpha z\right)\right], \quad T_1(\mathbf{g}) = T_1(-\mathbf{g}) = \exp\left(-i\,\frac{\Phi}{2}\right), \quad (3)$$

где

$$\alpha_0 = \frac{\chi_g \pi}{\lambda \sin\theta}, \quad \alpha = 2\pi\,\frac{\sin 2\theta_0 \Delta\theta + \chi_0}{\lambda \sin\theta}, \quad \Phi = \frac{2\chi_0\pi}{\lambda\sin\theta}\,d,$$

d — толщина нарушенного слоя; λ — длина волны; $\Delta\theta$ — отклонение от точного угла Брегга θ_0; χ_0 и χ_g — фурье-компоненты поляризуемости для углов рассеяния θ и $2\theta_0$.

Коэффициент отражения от толстого совершенного кристалла (см., например, [7]) можно представить в виде

$$R_2 = -2\alpha_0 \Big/ \left(\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4\alpha_0^2}\right). \quad (4)$$

Наличие на поверхности толстого монокристалла нарушенного слоя приводит к появлению на дифракционном спектре дополнительной области $|\alpha| \gg \alpha_0$ отражения и искажению максимума от нижнего слоя. Рассмотрим фурье-преобразование области спектра $|\alpha| > \alpha_1$, где α_1 выбирается в соответствии с условием $|\alpha_1| > \alpha_0$

$$\begin{aligned} I(x) = {} & \frac{1}{2\pi\alpha_0^2}\int_{-\infty}^{\infty} |R|^2 \exp[-i\alpha x]\,d\alpha = \int_0^{d-x} dz \exp\left[i\mathbf{g}\left(\mathbf{u}(z) - \mathbf{u}(z+x)\right)\right] + \\ & + \int_0^d dz \cos[\mathbf{g}\mathbf{u}(z) + \Phi] - \int_0^x \exp[-i(\mathbf{g}\mathbf{u}(z) + \Phi)]\,dz + \frac{\cos\alpha_1 x}{\pi\alpha_1} - \frac{x}{\pi}\int_{\alpha_1 x}^{\infty}\frac{\sin w}{w}\,dw - \\ & - \frac{1}{\pi}\int_0^d dz \int_0^d dz'\,\frac{\sin\alpha_1(x + z - z')}{(x + z - z')}\exp\left[i\mathbf{g}\left(\mathbf{u}(z) - \mathbf{u}(z')\right)\right] - \\ & - \frac{1}{\pi}\int_0^d dz \cos[\mathbf{g}\mathbf{u}(z) + \Phi]\left\{\mathrm{Si}\left(\alpha_1(z - x)\right) + \mathrm{Si}\left(\alpha_1(z + x)\right)\right\} - \\ & - \frac{i}{\pi}\int_0^d dz \sin[\mathbf{g}\mathbf{u}(z) + \Phi]\left\{\mathrm{Si}\left(\alpha_1(x - z)\right) + \mathrm{Si}\left(\alpha_1(x + z)\right)\right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Если первый и третий члены (2) дают основной вклад в области $|\alpha| > \alpha_1$, последними тремя интегралами в (5) можно пренебречь. Тогда первая производная мнимой части функции $I(x)$ с учетом условия $u(d) = 0$ равна

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}[\mathrm{Im}\,I(x)] = B(\Phi, x) = {} & -\sin[\mathbf{g}\mathbf{u}(d - x)] - \int_0^{d-x} dz \sin\left[\mathbf{g}\left(\mathbf{u}(z) - \mathbf{u}(z + x)\right)\right]\frac{\partial \mathbf{g}\mathbf{u}(z + x)}{\partial x} + \\ & + \sin[\mathbf{g}\mathbf{u}(x) + \Phi], \end{aligned} \quad (6)$$

где Φ зависит от толщины нарушенного слоя.

Для $\mathbf{g}(\partial \mathbf{u}/\partial z)\, x < 10^{-1}$ (если $|\mathbf{g}| \sim 10^{10}$ м$^{-1}$, $\partial \mathbf{u}/\partial z \sim 10^{-4}$, то $x < 10^{-7}$ м) результат (6) приобретает более простой вид

$$B(\Phi,\ x) = -\mathbf{gu}(d-x) + \mathbf{gu}(x) + \sin[\mathbf{gu}(x) + \Phi]. \tag{7}$$

Из (7) видно, что, используя дифракционные кривые двух различных порядков (с векторами $\mathbf{q}_1$ и $\mathbf{q}_2$), можно определить толщину нарушенного слоя d и значения функции $u(z)$ в областях вблизи границ нарушенного слоя $d-x \leqslant z \leqslant d$ и $0 \leqslant z \leqslant x$.

Для слабо искаженного кристалла ($\mathbf{g}(\partial \mathbf{u}/\partial z)\, d \ll 1$) действительная часть функции (5) при $x=0$ и разность производных мнимой части (5) для двух порядков отражения при одинаковых пределах интегрирования α_1 связаны с $u(z)$ и d следующим образом:

$$\operatorname{Re} I(0) = d(1+\cos\Phi) - (\cos[\mathbf{gu}(0)] + \cos\Phi)\frac{2}{\pi}\int\limits_0^d \operatorname{Si}(\alpha_1 d)\, dz + \frac{1}{\pi\alpha_1}, \tag{8}$$

$$\frac{B(\Phi_1,\ x)}{|\mathbf{g}_1|} - \frac{B(\Phi_2,\ x)}{|\mathbf{g}_2|} = u(x)[\cos\Phi_1 - \cos\Phi_2] + \left[\frac{\sin\Phi_1}{|\mathbf{g}_1|} - \frac{\sin\Phi_2}{|\mathbf{g}_2|}\right]\Big[1 - \frac{1}{\pi}\operatorname{Si}(\alpha_1(d-x)) - \frac{1}{\pi}\operatorname{Si}(\alpha_1(d+x))\Big], \tag{9}$$

где $\operatorname{Si}(x)$ — интегральный синус. Отсюда следует, что использование дифракционных кривых двух порядков отражения позволяет с помощью (8) определить толщину нарушенного слоя, после чего из (9) найти значения функции $u(z)$ на любой глубине z нарушенного слоя: $0 \leqslant z \leqslant d$. В свою очередь функции изменения межплоскостного расстояния $\Delta a(z)/a$ вычисляются из уравнения $\Delta a(z)/a = du(z)/dz$.

Полученные результаты справедливы для дифракции плоской монохроматической волны и, следовательно, отвечают использованию трехкристальных спектрометров (см., например, [1, 2]).

Литература

[1] *A. M. Afanasev, M. V. Kovalchuk, E. K. Kovev, V. G. Kohn.* Phys. stat. sol., **A42**, 415 (1977).
[2] *V. G. Kohn, M. V. Kovalchuk, R. M. Imamov, E. F. Lobanovich.* Phys. stat. sol., **A64**, 435 (1981).
[3] *М. Борн, Э. Вольф.* Основы оптики. «Наука», М. (1970).
[4] *A. V. Kolpakov, Yu. N. Belyaev, R. N. Kuzmin.* Proc. Intern. Meet. on Highly Dispersed Iron Oxides and Corrosion. Leningrad, 1981, Ed. by T. Ekdahl et al., Sweeden, p. 88.
[5] *А. В. Колпаков, Ю. Н. Беляев.* Деп. ВИНИТИ, № 3334-81Деп.
[6] *S. Takagi.* Acta Cryst., 15, 1311 (1962); J. Phys. Soc. Jap., 26, 1239 (1969).
[7] *Р. Джеймс.* Оптические принципы дифракции рентгеновских лучей. ИЛ, М. (1950).

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило в Редакцию
8 апреля 1982 г.

УДК 53 : 51

О СЛАБОНАДКРИТИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ ПРИ ЛАЗЕРНОЙ СУБЛИМАЦИИ

И. Е. Старосельский

Известно, что при лазерном испарении конденсированного вещества плоская граница фаз при определенных условиях оказывается неустойчивой. Линейный анализ неустойчивости проведен в [1], где показано, что возмущения температуры и формы границы с волновыми числами из некоторого интервала $(k_1,\ k_2)$ экспоненциально растут со временем, если интенсивность излучения g превышает определенное критическое значение g^*. При малых надкритичностях ширина интервала неустойчивых мод $|k_1-k_2| \sim \sqrt{g-g^*}$. В [2] численными методами изучалась нелинейная эволюция неустойчивых мод. Было обнаружено, что в случае малого превышения пороговой интенсивности оказывается возможным режим сублимации со стационарно движущимся неплоским фронтом. Период такой слабонадкритической структуры соответствует максимуму линейного инкремента.

Аналитическое исследование нелинейной задачи представляет значительные трудности. Поэтому в [2] была построена феноменологическая модель, основанная на решении замкну-