Math-Net.Ru
All Russian mathematical portal

O. G. Buzykin, A. V. Burmistrov, AIR BREAKTHROUGH IN THE HIGH-FREQUENCY INDUCTION DISCHARGE,
Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki, 1983, Volume 53, Issue 1, 90–93

https://www.mathnet.ru/eng/jtf2134

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
https://www.mathnet.ru/eng/agreement

Download details:
IP: 18.97.14.91
December 12, 2025, 15:49:55

УДК 537.521.7

ПРОБОЙ ВОЗДУХА В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ИНДУКЦИОННОМ РАЗРЯДЕ

О. Г. Бузыкин, А. В. Бурмистров

Рассчитано поле высокочастотного пробоя воздуха в индукционном H-разряде. Проведено сравнение результатов численных расчетов с аналитическими, полученными при степенной аппроксимации коэффициента ионизации. Исследовано влияние различных аппроксимаций для частоты прилипания и коэффициента диффузии электронов на результат расчета пробойных полей.

Высокочастотный пробой газа вихревым электрическим полем индукционного H-разряда теоретически исследовался в [1, 2]. При этом предполагалось, что единственным механизмом потерь электронов из разрядной полости является диффузия (гелий, водород). В настоящей работе рассматривается более общий случай, когда наряду с диффузией имеется прилипание электронов к молекулам (воздух).

В воздухе эффективная частота столкновений электронов с нейтралами ν зависит от энергии. Несмотря на это, при описании явлений пробоя в воздухе, как и в газах с постоянной частотой столкновений, широко используется понятие эффективного поля [3, 4]: $E_e = E/\sqrt{2(1+\omega^2/\nu^2)}$, где ω — круговая частота, E — амплитуда ВЧ поля.

Возможность введения эффективного поля связана с тем, что средняя энергия электронов, при которой происходит пробой, довольно слабо зависит от внешних условий, поэтому с хорошей точностью можно считать постоянной и частоту столкновений ν. Обычно для воздуха полагают [3, 4] $\nu=5.3\cdot10^9\ p\ \text{с}^{-1}$ (p — давление в мм рт. ст.).

Уравнение диффузионной теории ВЧ пробоя в цилиндрически-симметричном случае имеет вид [3]

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\psi}{dr}\right)+\frac{\nu_i-\nu_a}{p}\frac{1}{Dp}p^2\psi=0. \qquad (1)$$

Здесь ψ — потенциал плотности электронного тока, равный произведению коэффициента диффузии электронов D на их концентрацию; ν_i — частота ионизации молекул электронным ударом; ν_a — частота прилипания; r — расстояние до оси разрядной полости.

Запись коэффициента, стоящего перед ψ, в таком виде удобна потому, что параметры $\nu_p=(\nu_i-\nu_a)/p$ и $d_p=Dp$ зависят лишь от величины $\mathcal{E}=E_e/p$. [Зависимости $\nu_p(\mathcal{E})$, $d_p(\mathcal{E})$ приводятся в литературе].

В [1, 2] уравнение (1) в отсутствие прилипания решалось аналитически по методике Херлина и Брауна [3], основанной на степенной аппроксимации ионизационного коэффициента: $\nu_p/d_p=(\nu_p/d_p)_m(\mathcal{E}/\mathcal{E}_m)^\beta$ (индексом «m» обозначены величины на стенке полости, где поле максимально). В случае с прилипанием прямое применение этой методики недостаточно корректно, поскольку коэффициент ионизации является знакопеременной функцией радиальной координаты: в центральной области разрядной трубки, где индуцированное электрическое поле ($E=E_m r/r_m$) невелико, частота ионизации меньше

частоты прилипания и, следовательно, $\nu_p/d_p < 0$, что не учитывается степенной аппроксимацией. В связи с этим уравнение (1) в настоящей работе решается численно.

Для функции $d_p(\mathcal{E})$ в воздухе имеются различные аппроксимации, наиболее известна из которых формула Мак-Доналда [3]

$$d_p = (29 + 0.9\mathcal{E}) \cdot 10^4 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{мм рт. ст.} \tag{2}$$

($\mathcal{E}$ — в В · см$^{-1}$ · мм рт. ст.$^{-1}$). В [4] из полуэмпирических соображений получено другое выражение

$$d_p = (0.55 + 1.5\mathcal{E}) \cdot 10^4 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{мм рт. ст.}, \tag{3}$$

дающие те же порядки величины, что и (2). Зависимость ν_i/p от $\mathcal{E}$ также получена в [4]

$$\nu_i/p = 2.5 \cdot 10^7 \sqrt{\mathcal{E}}\,(1.45 + 0.01\mathcal{E}) \exp(-278/\mathcal{E}) \text{ с}^{-1} \cdot \text{мм рт. ст.}^{-1} \tag{4}$$

Данные по скорости прилипания в воздухе приводятся в [3, с. 43] и при значениях $\mathcal{E} > 25$ В · см$^{-1}$ · мм рт. ст.$^{-1}$ с большой точностью аппроксимируются выражением

$$\nu_a/p = (\nu_a/p)_0 (\mathcal{E}/\mathcal{E}_0)^3. \tag{5}$$

Величину $\mathcal{E}_0$ удобно положить равной 30 В·см$^{-1}$·мм рт. ст.$^{-1}$, поскольку при этом значении эффективного поля частота прилипания равна частоте ионизации [3, 4] и может быть вычислена по формуле (4): $(\nu_a/p)_0 = (\nu_i/p)_0 = 2.26 \cdot 10^4$ с$^{-1}$·мм рт. ст.$^{-1}$. В области малых полей $\mathcal{E} < 25$ В·см$^{-1}$·мм рт. ст.$^{-1}$ частота прилипания изменяется немонотонным образом [3], и зависимость (5) занижает истинную величину ν_a/p. Кроме того, при малых $\mathcal{E}$ однозначная зависимость ν_a/p от $\mathcal{E}$ вообще отсутствует вследствие возрастания роли трехчастичного прилипания при низких энергиях электронов. Однако для дальнейшего достаточно следующей верхней оценки, которой удовлетворяют экспериментальные данные по прилипанию при $\mathcal{E} < 25$ В·см$^{-1}$·мм рт. ст.$^{-1}$, приводимые в [3]

$$\frac{\nu_a}{p} < \left[2.26\left(\frac{\mathcal{E}}{30}\right)^3 + 0.64 \exp\left(-\left(\frac{\mathcal{E}}{30}\right)^3\right)\right] \cdot 10^4 \text{ с}^{-1} \cdot \text{мм рт. ст.}^{-1} \tag{6}$$

Очевидно, во всем диапазоне изменения $\mathcal{E}$ величина ν_a/p находится между значениями выражений, стоящих в правых частях соотношений (5) и (6). Используя эти выражения в численных расчетах, можно установить возможное влияние неопределенности в скорости прилипания при низких энергиях на результат вычисления пробойных полей.

Для численного решения удобно переписать уравнение (1) в виде

$$\frac{d^2\tilde{\psi}}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{d\tilde{\psi}}{d\rho} + \frac{\nu_p(\mathcal{E})}{d_p(\mathcal{E})}(pr_m)^2\tilde{\psi} = 0, \tag{7}$$

где r_m — радиус разрядной полости; $\rho = r/r_m$, $\tilde{\psi} = \psi/\psi(0)$ — безразмерные переменные.

Радиальная зависимость электрического поля в H-разряде дается формулой (см. [1]) $\mathcal{E}(\rho) = \mathcal{E}(1)\rho$.

Задача состоит в отыскании при заданном pr_m того значения $\mathcal{E}(1)$, при котором уравнение (7) имеет нетривиальное решение, удовлетворяющее граничным условиям $\tilde{\psi}'(0) = 0$, $\tilde{\psi}(1) = 0$. Найденное $\mathcal{E}(1)$ и будет представлять собой пробойную величину E_{em}/p, соответствующую данному pr_m.

Заменим уравнение (7) системой уравнений первого порядка

$$u' = v, \quad v' = -Q(\mathcal{E}(\rho))u - 1/\rho \cdot v, \tag{8}$$

где $u = \tilde{\psi}$, $v = \tilde{\psi}'$, $Q(\mathcal{E}) = (pr_m)^2 \nu_p(\mathcal{E})/d_p(\mathcal{E})$.

Поскольку один из коэффициентов системы $(-1/\rho)$ имеет особенность при $\rho = 0$, то для выхода из начала координат следует использовать разложение решения в ряд по степеням ρ. При $Q(0) \neq 0$ [это имеет место, если ν_a/p рас-

считывается с помощью выражения (6)] два первых члена разложения с учетом $\tilde{\psi}'(0)=0$ имеют вид $\tilde{\psi}(\rho)\approx 1-1/4\cdot Q(0)\rho^2$ [разложение найдено подстановкой степенно́го ряда для $\tilde{\psi}(\rho)$ в (7) и приравниванием к нулю коэффициентов получаемого при этом нового ряда]. Соответственно

$$u(\rho)\approx 1-1/4\cdot Q(0)\rho^2,\quad v(\rho)\approx -1/2\cdot Q(0)\rho. \tag{9}$$

Если же $Q(0)=0$ [ν_a/p вычисляется с помощью (5)], то в окрестности нуля

$$\tilde{\psi}(\rho)\approx 1+\frac{24}{5}\left(\frac{\nu_a}{p}\right)_0\left(\frac{\mathcal{E}(1)}{\mathcal{E}_0}\right)^3\frac{(pr_m)^2}{d_p(0)}\rho^5.$$

Соответственно

$$u(\rho)\approx 1+\frac{24}{5}\left(\frac{\nu_a}{p}\right)_0\left(\frac{\mathcal{E}(1)}{\mathcal{E}_0}\right)^3\frac{(pr_m)^2}{d_p(0)}\rho^5,\quad v(\rho)\approx 24\left(\frac{\nu_a}{p}\right)_0\left(\frac{\mathcal{E}(1)}{\mathcal{E}_0}\right)^3\frac{(pr_m)^2}{d_p(0)}\rho^4. \tag{10}$$

После выхода из начала координат по формулам (9), (10) система (8) интегрировалась численно стандартной процедурой. Удовлетворение граничному условию $\tilde{\psi}(1)=0$ достигалось методом пристрелки по параметру $\mathcal{E}(1)$. Результаты расчетов пробойных полей E_{em}/p в зависимости от pr_m представлены на рис. 1. Кривая *1* получена при помощи формул (2), (4), (5). Замена формулы (5) на верхнюю оценку скорости прилипания (6) изменяет пробойные поля не более чем на $10^{-2}\%$. Таким образом, неточность аппроксимации (5) в области малых $\mathcal{E}$ при определении условий пробоя несущественна. Использование

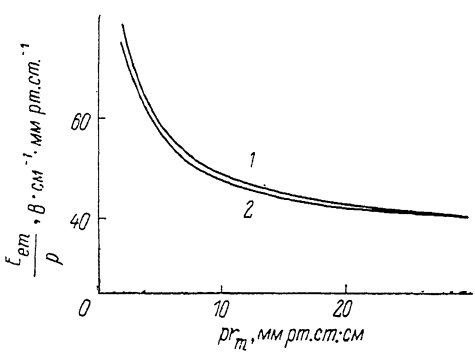

Рис. 1. Зависимость пристеночного эффективного пробойного поля от радиуса разрядной полости и давления воздуха.

1 — численный расчет, *2* — аналитическое решение для степенной аппроксимации коэффициента ионизации.

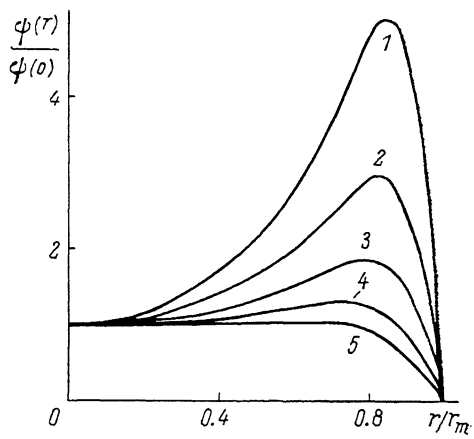

Рис. 2. Радиальная зависимость потенциала плотности электронного тока в условиях пробоя при $pr_m=30$ (*1*), 24 (*2*), 18 (*3*), 12 (*4*) и 6 (*5*).

вместо формулы Мак-Доналда (2) выражения (3) изменяет пробойные поля не более чем на 2%. На рис. 2 показаны зависимости $\tilde{\psi}(\rho)$, соответствующие пробою при различных значениях pr_m. Немонотонность этих зависимостей обусловлена стоком электронов в центральной области трубки, где $\nu_a > \nu_i$.

Представляет интерес сравнить результаты численного расчета с результатами, полученными при помощи аналитического решения уравнения диффузии по методу работы [2] при степенно́й аппроксимации коэффициента ионизации (рис. 1, *2*). Хорошая точность аналитического решения (не хуже 8%) объясняется тем, что главную роль в развитии пробоя играет относительно узкая пристеночная область разрядной полости, размер которой определяет эффективную диффузионную длину (см. [1]) и в которой сосредоточена большая часть мощности объемных источников и стоков электронов за счет ионизации и прилипания. Коэффициент ионизации в этой области положителен и удовлетвори-

тельно аппроксимируется степенно́й зависимостью. Поскольку степенна́я аппроксимация завышает коэффициент ионизации внутри разрядной полости (завышение растет с удалением от стенки трубки), то получаемые с помощью нее пробойные поля несколько занижены (ср. кривые *1* и *2* на рис. *1*).

Литература

[1] *А. В. Бурмистров, Ю. В. Маношкин.* ЖТФ, 46, 2517 (1976).
[2] *Е. С. Асмолов, В. И. Носик.* ЖТФ, 49, 657 (1979).
[3] *А. Мак-Дональд.* Сверхвысокочастотный пробой в газах, гл. 8. «Мир», М. (1969).
[4] *Ю. А. Лупан.* ЖТФ, 46, 2321 (1976).

Поступило в Редакцию
17 февраля 1982 г.