



оператором

$$(3) \quad (1 - \mu_m)x_m + \sum_{n=1}^{\infty} x_n \mu_n R_{nm}^{(1)}(\theta_1) = \sum_{n=1}^{\infty} g_n R_{nm}^{(1)}(\theta_1), \quad m=1, 2, \dots,$$

$$\mu_n = \mu_n^{(1)} + \mu_n^{(2)}, \quad \mu_n^{(1)} = 1 + ik_0 b \frac{2n+1}{n(n+1)} \psi_n'(k_0 b) \zeta_n'(k_0 b),$$

$$\mu_n^{(2)} = ik_0 b \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{S_n}{q_n} \zeta_n'^2(k_0 b), \quad \mu_n^{(1)} \underset{n \gg k_0 b}{=} O\left(\left(\frac{k_0 b}{n}\right)^2\right),$$

$$\mu_n^{(2)} \underset{n \gg k_0 b, |ka|}{=} O\left(\left(\frac{a}{b}\right)^{2n+1}\right),$$

$$(4) \quad R_{nm}^{(1)}(\theta_1) = R_{nm}(\theta_1) - \frac{R_{n0}(\theta_1)}{1 - R_{00}(\theta_1)} R_{0m}(\theta_1);$$

$$R_{nm}(\theta_1) = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{\sin(n-m)\theta_1}{n-m} - \frac{\sin(n+m+1)\theta_1}{n+m+1} \right].$$

При произвольных параметрах задачи  $k_0 a, k_0 b, k_0 d, \theta_1, \epsilon$  решение системы (3) может быть найдено численно. При  $\theta_1 \ll 1$  с помощью метода последовательных приближений систему (3) можно решить аналитически. Если, кроме того, волновые размеры диэлектрического шара малы ( $|ka| \ll 1$ ), то для некоторого  $m = k$  значение относительного волнового числа  $k_0 b$  может оказаться близко к значению собственного колебания замкнутой идеально проводящей полости  $y_{ks}^{(0)}$  ( $\psi_k'(y_{ks}^{(0)}) = 0$ ), где  $s$  — порядковый номер корня ( $s = 1, 2, \dots$ ).

Для  $x_k$  из (3) находим

$$(5) \quad x_k \simeq G_{ks} \frac{\theta_1^3}{k_0 b - y_{ks}^{(1)} + i\Gamma_{ks}},$$

где

$$(6) \quad y_{ks}^{(1)} = y_{ks}^{(0)} \left\{ 1 + \frac{k(k+1)(2k+1)}{y_{ks}^{(0)2} - k(k+1)} \frac{\theta_1^3}{6\pi} - y_{ks}^{(0)} \lambda_k^{(2)} \frac{[\text{Im} \zeta_k'(y_{ks}^{(0)})]^2}{y_{ks}^{(0)2} - k(k+1)} \right\}$$

есть относительные резонансные волновые числа сферического экрана с отверстием  $\theta_1$  с малым диэлектрическим шаровым включением, а  $G_{ks}$  — амплитудный множитель, зависящий от способа возбуждения. Омические и дифракционные потери при резонансных колебаниях незамкнутого сферического экрана с диэлектрическим шаром определяются величиной  $\Gamma_{ks} = \Gamma_{ks}^{(1)} + \Gamma_{ks}^{(2)}$ , где

$$(7) \quad \Gamma_{ks}^{(1)} = y_{ks}^{(0)2} \lambda_k^{(1)} \frac{[\text{Im} \zeta_k'(y_{ks}^{(0)})]^2}{y_{ks}^{(0)2} - k(k+1)},$$

$$\Gamma_{ks}^{(2)} = \frac{\theta_1^6}{36\pi^2} \frac{k(k+1)(2k+1)}{y_{ks}^{(0)2} - k(k+1)} \sum_{n \neq k} \frac{n(n+1)(2n+1)}{|\zeta_n'(y_{ks}^{(0)})|^2}.$$

В (6), (7) использованы обозначения

$$(8) \quad \lambda_k^{(1)} = \frac{2^{2k} (k-1)! (k-1)! (k+1)}{(2k)! (2k)!} \frac{\epsilon^n}{(\epsilon' + (k+1)/k)^2 + \epsilon'^2} (k_0 a)^{2k+1},$$

$$\lambda_k^{(2)} = \frac{2^{2k} (k-1)! (k+1)!}{(2k)! (2k+1)!} \frac{(\epsilon' - 1)(\epsilon' + (k+1)/k) + \epsilon'^2}{(\epsilon' + (k+1)/k)^2 + \epsilon'^2} (k_0 a)^{2k+1}.$$

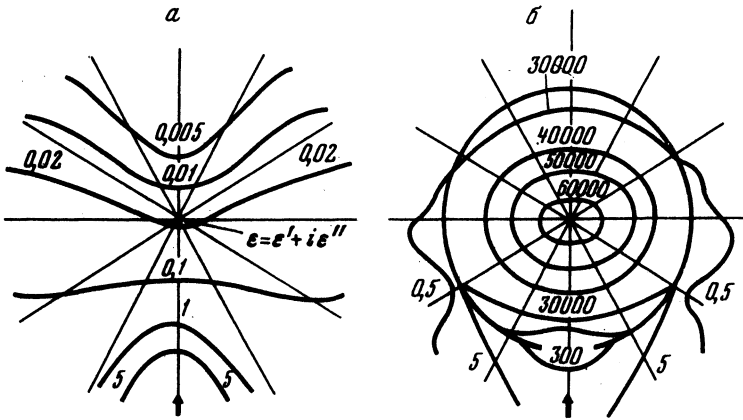


Рис. 2. Распределение плотности электромагнитной энергии в присутствии малого сферического поглощающего объекта (а), в присутствии малого поглощающего объекта и резонансного экрана (сфера с отверстием) (б) ( $k_0 a = 4$ ,  $k_0 b = 2,744$ ,  $\theta_1 = 12^\circ$ ,  $\alpha_s \ll \beta_s$ )

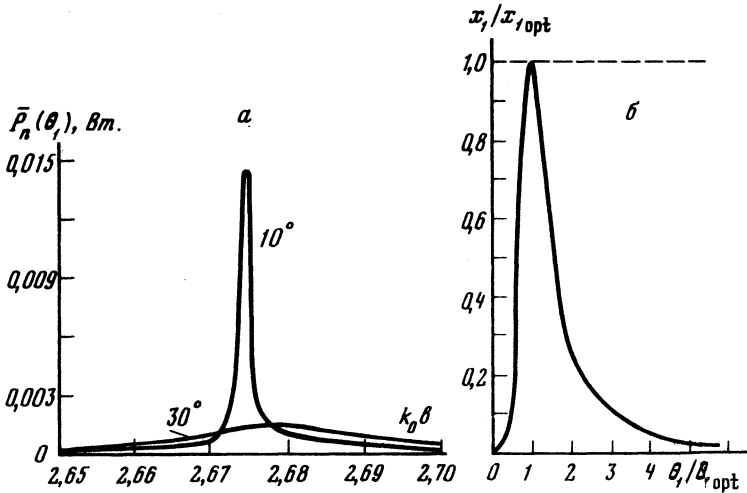


Рис. 3. Резонансное поглощение СВЧ мощности ( $k_0 d = 4$ ,  $a/b = 0,01$ ,  $\epsilon = 7 + i \cdot 7$ ,  $P_0 = 1$  Вт) (а); зависимость резонансного коэффициента  $x_1$  от соотношения омических и дифракционных потерь (б)

Средняя за период мощность тепловых потерь в диэлектрическом шаре согласно (3) имеет вид

$$(9) \quad \bar{P}_n = \frac{1}{2} k_0 c \epsilon'' \int |E|^2 dv, \quad dv = 2\pi r^2 \sin \theta dr d\theta.$$

Для  $|ka| \ll 1$  в разложении полей достаточно ограничиться первым членом ряда. В итоге, выражение для мощности тепловых потерь в малом диэлектрическом шаре, заключенном внутри незамкнутого сферического экрана,  $\bar{P}_n(\theta_1)$  приобретает следующую форму:

$$(10) \quad \bar{P}_n(\theta_1) = P_0 C(\epsilon) F Q_{1s},$$

где  $P_0 = p^2 k_0^4 c$  (Вт) — мощность источника СВЧ колебаний;  $Q_{1s}$  — добротность

колебания с индексами  $k = 1, s$  ( $p$  – дипольный момент вертикального электрического диполя),

$$C(\epsilon) = 6\pi \frac{\epsilon''}{(\epsilon' + 2)^2 + \epsilon''^2},$$

$$F = \frac{1}{k_0 d} \left(\frac{a}{d}\right)^3 \{1 - (k_0 b)^{-2} + (k_0 b)^{-4}\}$$

суть коэффициенты, определяющие диэлектрические характеристики шара и геометрию задачи. При известной мощности  $\bar{P}_n(\pi)$  тепловых потерь в шаре в отсутствие экрана определим величину  $\eta = \bar{P}_n(\theta_1) / \bar{P}_n(\pi)$

$$(11) \quad \eta = \frac{1}{4} \frac{1 - (k_0 b)^{-2} + (k_0 b)^{-4}}{1 + (k_0 d)^{-4}} |x_1|^2.$$

Из вида (11) и (5) следует, что при  $k_0 b \neq y_{1s}^{(1)}$  коэффициент  $\eta$  пропорционален  $\theta_1^6 \ll 1$ . В резонансном режиме дифракционного нагрева, когда  $k_0 b = y_{1s}^{(1)}$ ,  $\eta$  резко возрастает, причем, значение коэффициента  $\eta$  определяется соотношением омических и дифракционных потерь.

Если  $\Gamma_{1s}^{(1)} = \Gamma_{1s}^{(2)}$ , то  $\eta_{рез} \sim \theta_1^{-6} \gg 1$ . В противоположной ситуации, когда  $\Gamma_{1s}^{(1)} \gg \Gamma_{1s}^{(2)}$  (омические потери значительно превышают потери на излучение), коэффициент  $\eta_{рез} \sim 1$ . На рис. 2 представлена картина распределения линий постоянного значения средней за период плотности электромагнитной энергии  $W = \frac{c}{8\pi} \{ |E|^2 + |H|^2 \}$ . Значение постоянных линий уровня на рис. 2б (резонансный режим нагрева  $k_0 b = y_{1s}^{(1)}$ ) в  $Q_{1s}$  раз превышает величину постоянных линий уровня на рис. 2а (режим нагрева в отсутствие экрана).

На рис. 3а представлена зависимость мощности потерь  $\bar{P}_n(\theta_1)$  в диэлектрическом шаре ( $\epsilon = 7 + i \cdot 7$ ,  $a/b = 0,01$ ) от волновых размеров экрана  $k_0 b$  при фиксированных значениях угла раствора экрана  $\theta_1 = 10^\circ, 30^\circ$ . Эффективность нагрева в экстремальных точках кривых соответственно равна 1230 ( $30^\circ$ ) и 12500 ( $10^\circ$ ).

Оказывается, что наиболее эффективным режимом дифракционного нагрева объекта является тот, при котором омические потери в шаре сравнимы с дифракционными, что связано с установлением в объеме резонатора высокодобротных колебаний ( $Q_{1s} \sim \theta_1^{-6}$ ).

В заключение укажем на существование оптимального размера отверстия связи  $\theta_{1opt}$  резонансного объема с источником СВЧ энергии при неизменных параметрах диэлектрического шара. Анализ (5) при  $k_0 b = y_{1s}^{(1)}$  приводит к следующему значению  $\theta_{1opt}$ :

$$(12) \quad \theta_{1opt} = (\alpha_s / \beta_s)^{1/6} (k_0 a)^{1/2},$$

где  $\alpha_s = \Gamma_{1s}^{(1)} / (k_0 a)^3$  – безразмерная величина, описывающая плотность потерь в волновом объеме диэлектрического шара,  $\beta_s = \Gamma_{1s}^{(2)} / \theta_1^6$  – безразмерная величина, описывающая плотность радиационных потерь. При выполнении (12) выражение для  $x_1 \equiv x_{1opt}$  приобретает вид

$$(13) \quad x_{1opt} = \frac{i}{2} \frac{G_{1s}}{\beta_s} \theta_{1opt}^{-3}.$$

На рис. 3б приведена зависимость отношения коэффициентов  $x_1$  и  $x_{1opt}$  от полярного угла  $\theta_1$ :

$$(14) \quad \frac{x_1}{x_{1opt}} = 2 \frac{\delta_s (k_0 a)^{3/2} \theta_1^3}{\delta_s^2 (k_0 a)^3 + \theta_1^6}, \quad \delta_s = \left( \frac{\alpha_s}{\beta_s} \right)^{1/2}.$$

При выполнении условия (13) добротность возбуждаемых колебаний может достигнуть значительной величины (например, при  $k_0 b = y_{11}^{(1)} \cong 2,74$  и  $\theta_1 = 5 - 10^\circ$  добротность  $Q_{11} \approx 10^5 - 10^6$ ), что позволяет ожидать увеличения эффективности нагрева согласно (11) в  $Q_{11}$  раз.

Институт радиофизики и электроники  
Академии наук УССР, Харьков

Поступило  
29 IX 1980

#### ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup>А.М. Радин, В.П. Шестопапов, ДАН, т. 212, № 4, 838 (1973). <sup>2</sup>С.С. Виноградов, В.П. Шестопапов, ДАН, т. 237, № 1, 60 (1977). <sup>3</sup>В.В. Никольский, Электродинамика и распространение радиоволн, М., "Наука", 1973.