

МНОГОГРАННИКИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ

С. Ю. МЕЛЬНИКОВ

Изучаются множества возможных совместных распределений частот наборов заданных слов во входной и выходной последовательностях конечного автомата в предположении, что входная последовательность периодична или эргодична.

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

Пусть B — конечное множество (алфавит). Через B^* обозначим множество всех конечных слов в алфавите B . Множество всех бесконечных последовательностей над B обозначим через Ω :

$$\Omega = \{\omega = w_0w_1\dots \mid w_t \in B, t = 0, 1, \dots\}.$$

Для каждого слова

$$\alpha \in B^*, \quad \alpha = a_0a_1\dots a_{m-1},$$

где $a_i \in B$, определим цилиндр:

$$[\alpha] = [a_0a_1\dots a_{m-1}] = \{\omega = w_0w_1\dots \mid w_0 = a_0, \dots, w_{m-1} = a_{m-1}\} \subset \Omega.$$

Характеристическую функцию произвольного подмножества $F \subset \Omega$ будем обозначать через I_F :

$$I_F(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{если } \omega \in F, \\ 0, & \text{если } \omega \notin F. \end{cases}$$

Вместо $I_{[\alpha]}$ будем писать просто I_α .

Определим отображение $T: \Omega \rightarrow \Omega$ (сдвиг последовательности) соотношением

$$T: \omega = w_0 w_1 \dots \rightarrow \omega T = w_1 w_2 \dots$$

Запись

$$I_\alpha(\omega T^t) = 1$$

означает, таким образом, что

$$w_t = a_0, \dots, w_{t+m-1} = a_{m-1}.$$

Число

$$\frac{1}{t} \sum_{j=0}^{t-1} I_\alpha(\omega T^{s+j})$$

называется (см. [1, §4]) относительной частотой встречаемости слова α среди t слов в последовательности ω , начала которых лежат на отрезке от s до $s+t-1$. Будем использовать обозначение

$$p_\alpha(\omega) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{j=0}^{t-1} I_\alpha(\omega T^j), \quad (1)$$

если предел в правой части существует. Величину $p_\alpha(\omega)$ можно интерпретировать как среднюю частоту встречаемости слова α в последовательности ω (см. [1]).

Такие пределы существуют, например, для бесконечных периодических последовательностей (как чисто периодических, так и последовательностей с подходом), множество которых мы обозначим через T_B . В этом случае, как видно из формулы (1), p_α является отношением частоты встречаемости слова α на периоде (количества мест на периоде, с которых начинается слово α) к длине периода. Например, для последовательности 010101... имеем

$$p_1 = \frac{1}{2}, \quad p_{01} = \frac{1}{2}, \quad p_{0101} = \frac{1}{2}, \quad p_{011} = 0.$$

Пусть $A = (X, Y, Q, h, f)$ — конечный сильносвязный автомат Мили, где X и Y — входной и выходной алфавиты, Q — множество состояний, $h: Q \times X \rightarrow Q$ — функция переходов, $f: Q \times X \rightarrow Y$ — функция выходов.

Зафиксируем два набора слов

$$\{\alpha_i \in X^*, i = 1, 2, \dots, t\} \quad \text{и} \quad \{\beta_j \in Y^*, j = 1, 2, \dots, k\}.$$

Предположим, что автомат A , начиная работать из состояния q_0 , перерабатывает последовательность $\chi = (x_0, x_1, \dots)$ в последовательность $\gamma = (y_0, y_1, \dots)$. Последовательности χ поставим в соответствие вектор

$$z_{(A, q_0)}(\chi) = (p_{\alpha_1}(\chi), \dots, p_{\alpha_t}, p_{\beta_1}(\gamma), \dots, p_{\beta_k}(\gamma)), \quad (2)$$

если все величины, стоящие в правой части, определены.

Для автомата A правило (2) определяет отображение

$$Z_{(A, q_0)}: TX \rightarrow [0, 1]^{t+k} \subset \mathbb{R}^{t+k}.$$

Предметом нашего исследования является множество $Z_{(A, q_0)}(TX)$, замыкание (совокупность всех предельных точек) которого будем обозначать через R_A . Корректность принятого обозначения следует из того, что если A сильно связан, то

$$Z_{(A, q_0)}(TX) = Z_{(A, q'_0)}(TX)$$

для произвольных двух состояний q_0 и q'_0 . Далее будет доказано (теорема 1), что множество R_A является выпуклым многогранником в кубе $[0, 1]^{t+k}$. Множество R_A будем называть многогранником автомата A , соответствующим наборам слов $\{\alpha_i \in X^*, i = 1, 2, \dots, t\}$ и $\{\beta_j \in Y^*, j = 1, 2, \dots, k\}$.

Теорема 2 показывает, что, если автомат A перерабатывает достаточно длинную последовательность χ с частотами встречаемости слов $\alpha_1, \dots, \alpha_t$, близкими к $(p_{\alpha_1}(\chi), \dots, p_{\alpha_t}(\chi))$, в последовательность γ с частотами встречаемости слов β_1, \dots, β_k , близкими к $(p_{\beta_1}(\gamma), \dots, p_{\beta_k}(\gamma))$, то точка $(p_{\alpha_1}(\chi), \dots, p_{\alpha_t}(\chi), p_{\beta_1}(\gamma), \dots, p_{\beta_k}(\gamma))$ расположена внутри многогранника автомата или вблизи него.

§ 2. СТРОЕНИЕ МНОГОГРАННИКА АВТОМАТА

Пусть l — максимум из длин слов множеств $\{\alpha_i, i = 1, 2, \dots, t\}$ и $\{\beta_j, j = 1, 2, \dots, k\}$. Определим автомат

$$A^{(l)} = (X, Y, Q^{(l)}, h^{(l)}, f^{(l)}),$$

положив

$$Q^{(l)} = \{(q^{(1)}, x^{(1)}), (q^{(2)}, x^{(2)}), \dots, (q^{(l-1)}, x^{(l-1)}), q^{(l)}\},$$

$$\text{где } h(q^{(i)}, x^{(i)}) = q^{(i+1)}, i = 1, 2, \dots, l-1;$$

$$q^{(j)} \in Q, j = 1, 2, \dots, l, x^{(j)} \in X, j = 1, 2, \dots, l-1\}$$

— множество состояний, $h^{(l)}: Q^{(l)} \times X \rightarrow Q^{(l)}$ — функция переходов,

$$h^{(l)}(((q^{(1)}, x^{(1)}), (q^{(2)}, x^{(2)}), \dots, (q^{(l-1)}, x^{(l-1)}), q^{(l)}, x) = \\ = ((q^{(2)}, x^{(2)}), \dots, (q^{(l-1)}, x^{(l-1)}), (q^{(l)}, x), h(q^{(l)}, x));$$

$f^{(l)}: Q^{(l)} \times X \rightarrow Y$ — функция выходов,

$$f^{(l)}(((q^{(1)}, x^{(1)}), (q^{(2)}, x^{(2)}), \dots, (q^{(l-1)}, x^{(l-1)}), q^{(l)}, x) = f(q^{(l)}, x).$$

Через G_l обозначим граф переходов автомата $A^{(l)}$, дуга $(q, h^{(l)}(q, x))$ которого помечена символами $(x, f^{(l)}(q, x))$, $q \in Q^{(l)}$ (см. [2]). Под (ориентированным) циклом в графе G_l мы понимаем циклическую последовательность попарно различных дуг, в которой конец каждой дуги совпадает с началом следующей. Множество всех циклов в G_l обозначим через $C_l(A)$. С каждым циклом из $C_l(A)$ свяжем циклические последовательности первых и вторых координат меток дуг цикла. Эти последовательности будем называть входной и выходной разметками цикла соответственно, приняв для них обозначения $c^{(x)}$ и $c^{(y)}$.

Для $\xi = (\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_m) \in B^*$ через $\langle \xi \rangle$ обозначим периодическую последовательность

$$\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_m, \xi_0, \xi_1, \dots, \xi_m, \dots$$

с периодом ξ . (Здесь $B = X$ или $B = Y$.)

Для $c \in C_l(A)$ введем следующие обозначения:

$l(c)$ — длина цикла;

$$\nu_\alpha(c) = \frac{1}{l} \sum_{j=0}^{l(c)-1} I_\alpha(\langle c^{(x)} \rangle T^j) \text{ — относительная частота встречаемости}$$

слова α во входной разметке $c^{(x)}$ цикла c ;

$$\nu_\beta(c) = \frac{1}{l} \sum_{j=0}^{l(c)-1} I_\beta(\langle c^{(y)} \rangle T^j) \text{ — относительная частота встречаемости}$$

слова β во входной разметке $c^{(y)}$ цикла c ;

$z(c) = (\nu_{\alpha_1}(c), \dots, \nu_{\alpha_k}(c), \nu_{\beta_1}(c), \dots, \nu_{\beta_t}(c))$ — вектор относительных частот.

Если E — некоторое множество точек из \mathbf{R}^n , то $\text{Conv } E$ обозначает выпуклую оболочку множества E .

ТЕОРЕМА 1. *Имеет место равенство*

$$R_A = \text{Conv} \{z(c), c \in C_l(A)\}.$$

Доказательство. Очевидно, что для $c \in C_l(A)$ выполнено $z(c) \in R_A(TX)$. Пусть

$$C_l(A) = \{c_1, c_2, \dots, c_\theta\}.$$

Покажем, что

$$\sum_{j=1}^{\theta} p_j z(c_j) \in R_A,$$

если

$$\sum_{j=1}^{\theta} p_j = 1, \quad p_1, p_2, \dots, p_\theta \geq 0.$$

Выберем $q_0 \in Q$. Зафиксируем произвольно $\varepsilon > 0$. Доказательство состоит в построении периодической последовательности χ , для которой

$$\left| z(A, q_0)(\chi) - \sum_{j=1}^{\theta} p_j z(c_j) \right| < \varepsilon. \quad (3)$$

Пусть $\tilde{q}^{(0)}$ — произвольное состояние из множества $Q^{(l)}$ вида $((q', x'), \dots, (q'', x''), q_0)$. Пусть $\tilde{q}^{(i)} \in Q^{(l)}$ — произвольное состояние, через которое проходит цикл c_i , $i = 1, 2, \dots, \theta$. Пусть

$$\chi^{(i)} = (x_0^{(i)}, \dots, x_{l_i-1}^{(i)})$$

— входная последовательность, под действием которой автомат $A^{(l)}$ проходит цикл c_i , начиная из состояния $\tilde{q}^{(i)}$, $i = 1, 2, \dots, \theta$. Через $\eta(\tilde{q}, \tilde{q}')$ обозначим кратчайшую входную последовательность, переводящую автомат $A^{(l)}$ из состояния \tilde{q} в состояние \tilde{q}' . Положим

$$\xi_i = \eta\left(\tilde{q}^{(i)}, \tilde{q}^{(i+1)(\text{mod } (\theta+1))}\right), \quad i = 0, 1, 2, \dots, \theta.$$

Для натурального M через χ_M обозначим периодическую последовательность, период которой имеет вид

$$\xi_0(\chi^{(1)})^{[Mp_1]} \xi_1(\chi^{(2)})^{[Mp_2]} \dots \xi_{\theta-1}(\chi^{(\theta)})^{[Mp_\theta]} \xi_\theta,$$

где $[Mp_j]$ — целая часть числа Mp_j .

Нетрудно видеть, что

$$z_{(A, q_0)}(\chi_M) = \sum_{j=1}^{\theta} p_j z(c_j) + O\left(\frac{1}{M}\right).$$

Следовательно, для достаточно больших M последовательность χ_M удовлетворяет условию (3).

Итак, нами доказано включение

$$R_A \supseteq \text{Conv} \{z(c), c \in C_l(A)\}.$$

Докажем обратное включение. При поступлении на вход автомата периодической последовательности $\{x_i, i = 1, 2, \dots\}$ последовательность векторов

$$((q_i, x_i), (q_{i+1}, x_{i+1}), \dots, (q_{i+l-1}, x_{i+l-1})),$$

где $h(q_i, x_i) = q_{i+1}$, $i = 1, 2, \dots$, также является периодической. Ее период обозначим через L . Рассмотрим вектор относительных частот

$$z(L) = (\nu_{\alpha_1}(L), \dots, \nu_{\alpha_k}(L), \nu_{\beta_1}(L), \dots, \nu_{\beta_t}(L)).$$

Покажем, что

$$z(L) \in \text{Conv} \{z(c), c \in C_l(A)\}.$$

Индукция по $|L|$.

1⁰. $|L| = 1$. Этот случай соответствует петле в графе G_l . Очевидно, множество $C_l(A)$ содержит все петли графа. Поэтому $z(L) \in \text{Conv} \{z(c), c \in C_l(A)\}$.

2⁰. Предположим, что при $|L'| < |L|$ вектор $z(L')$, образованный относительными частотами выделенных слов во входной и выходной разметках периода L' , принадлежит множеству $\text{Conv} \{z(c), c \in C_l(A)\}$. Пусть теперь длина периода равна $|L|$. Возможны следующие два случая.

а) Все участки длины l различны. Тогда период L рассматриваемой последовательности является циклом в G_l , и поэтому $z(L) \in \text{Conv} \{z(c), c \in C_l(A)\}$.

б) Период L содержит пару совпадающих участков длины l . Без ограничения общности, можно считать, что L имеет вид

$$(((q_i, x_i), \dots, (q_{i+l-1}, x_{i+l-1})), \dots, (\dots, (q', x')), ((q_i, x_i), \dots, (q_{i+l-1}, x_{i+l-1})), \dots, (\dots, (q'', x''))].$$

Рассмотрим две периодические последовательности: ζ_1 с периодом

$$L_1 = [((q_i, x_i), \dots, (q_{i+l-1}, x_{i+l-1})), \dots, (\dots, (q', x'))]$$

длины $|L_1|$ и ζ_2 с периодом

$$L_2 = [((q_i, x_i), \dots, (q_{i+l-1}, x_{i+l-1})), \dots, (\dots, (q'', x''))]$$

длины $|L_2|$. Этим двум последовательностям соответствуют векторы относительных частот $z(L_1)$ и $z(L_2)$. Принимая во внимание, что

$$|L_1| + |L_2| = |L|,$$

а длины слов множеств $\{\alpha_i, i = 1, 2, \dots, t\}$ и $\{\beta_j, j = 1, 2, \dots, k\}$ ограничены числом l , легко видеть, что

$$z(L) = z(\zeta_1) \frac{|L_1|}{|L_1| + |L_2|} + z(\zeta_2) \frac{|L_2|}{|L_1| + |L_2|}.$$

По предположению индукции

$$z(\zeta_i) \in \text{Conv} \{z(c), c \in C_l(A)\},$$

откуда

$$z(L) \in \text{Conv} \{z(c), c \in C_l(A)\}.$$

Итак, мы установили, что

$$R_A(T_X) \subseteq \text{Conv} \{z(c), c \in C_l(A)\}.$$

Поскольку множество в правой части замкнуто, получаем включение

$$R_A \subseteq \text{Conv} \{z(c), c \in C_l(A)\}.$$

Теорема 1 доказана.

§ 3. ПРИМЕР МНОГОГРАННИКА АВТОМАТА

Приведем пример многогранника автомата. Пусть

$$A = (X = Y = Q = \{0, 1\}, h, f), \quad \text{где} \quad h(q, x) = q \oplus x, \quad f(q, x) = q.$$

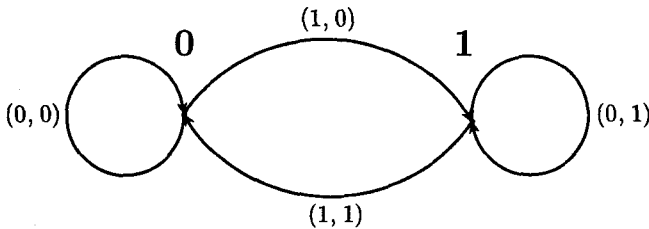


Рис. 1

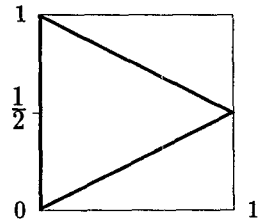


Рис. 2

Выберем $k = t = 1$, $\alpha_1 = \beta_1 = 1$. Граф автомата изображен на рис. 1; он содержит три элементарных цикла: петлю в нулевой вершине с меткой $(0, 0)$, петлю в единичной вершине с меткой $(0, 1)$ и цикл длины 2

между вершинами, метки дуг которого равны $(1, 0)$ и $(1, 1)$. Векторы $z(c)$ перечисленных циклов — $(0, 0)$, $(0, 1)$ и $(1, 1/2)$.

Многогранник автомата является плоским многоугольником, он изображен на рис. 2. Ось абсцисс соответствует относительным частотам встречаемости единиц во входной последовательности, ось ординат — в выходной.

§ 4. ОБРАБОТКА АВТОМАТАМИ КОНЕЧНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Автомат A , начиная работать из некоторого начального состояния q_0 , перерабатывает последовательность

$$\chi^{(N)} = (x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$$

в последовательность

$$\gamma^{(N)} = (y_0, y_1, \dots, y_{N-1}).$$

Пусть $p_{\alpha_1}^{(N)}, \dots, p_{\alpha_t}^{(N)}$ — относительные частоты встречаемости слов $\alpha_1, \dots, \alpha_t$ в последовательности $\chi^{(N)}$, а $p_{\beta_1}^{(N)}, \dots, p_{\beta_k}^{(N)}$ — относительные частоты встречаемости слов β_1, \dots, β_k в последовательности $\gamma^{(N)}$:

$$p_{\alpha_s}^{(N)} = \frac{\nu_{\alpha_s}^{(N)}}{N} = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} I_{\alpha_s}(\chi^{(N)} T^j), \quad s = 1, 2, \dots, t;$$

$$p_{\beta_r}^{(N)} = \frac{\nu_{\beta_r}^{(N)}}{N} = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} I_{\beta_r}(\chi^{(N)} T^j), \quad r = 1, 2, \dots, k.$$

Выясним, насколько далеко точка

$$z^{(N)} = (p_{\alpha_1}^{(N)}, \dots, p_{\alpha_t}^{(N)}, p_{\beta_1}^{(N)}, \dots, p_{\beta_k}^{(N)})$$

может быть расположена от многогранника R_A . Под расстоянием между двумя точками $u, v \in \mathbf{R}^{t+k}$ будем понимать максимум модулей разностей координат:

$$\rho(u, v) = |u - v| = \max |u^{(i)} - v^{(i)}|.$$

Расстояние между двумя множествами F и G , $F, G \subset \mathbf{R}^{t+k}$, определяется как минимум расстояний между точками этих множеств:

$$\rho(F, G) = \inf |u - v|,$$

где инфимум берется по всем парам $u \in F$, $v \in G$.

Обработка автоматом A последовательности $\chi^{(N)}$ соответствует движению в графе G_l по дугам, первые координаты меток которых есть элементы этой последовательности. Пусть $\tilde{q}^{(0)}$ — произвольное состояние из множества $Q^{(l)}$ вида $((q', x'), \dots, (q'', x''), q_0)$. Вершина $\tilde{q}^{(0)}$ есть один из возможных вариантов начала рассматриваемого пути в графе. Пусть \tilde{q} — вершина графа, в которую придет рассматриваемый путь после обработки последовательности $\chi^{(N)}$, начиная из $\tilde{q}^{(0)}$. Дополним последовательность $\chi^{(N)}$ символами x_N, \dots, x_{N+m-1} так, чтобы перейти из состояния \tilde{q} в исходное состояние $\tilde{q}^{(0)}$. Нам потребуется $m \leq D_l$ символов, где D_l — диаметр графа G_l . Обозначим соответствующий участок выходной последовательности через y_N, \dots, y_{N+m-1} . Пусть

$$\chi = (x_0, x_1, \dots, x_{N-1}, x_N, \dots, x_{N+m-1}).$$

Оценим расстояние между точками $z(\chi)$ и $z^{(N)}$.

Пусть

$$\nu_{\alpha_s}^{(N)}, \nu_{\beta_r}^{(N)}, \nu_{\alpha_s}^{(N+m)}, \nu_{\beta_r}^{(N+m)}$$

— частоты встречаемости слов α_s и β_r , $s = 1, 2, \dots, t$, $r = 1, 2, \dots, k$, в последовательностях $\chi^{(N)}$ и χ и в соответствующих им выходных последовательностях (для χ и γ — на периоде). Тогда, как нетрудно видеть,

$$0 \leq \nu_{\alpha_s}^{(N+m)} - \nu_{\alpha_s}^{(N)}, \nu_{\beta_r}^{(N+m)} - \nu_{\beta_r}^{(N)} \leq m + l - 1.$$

Значит,

$$|z(\chi) - z^{(N)}| \leq$$

$$\begin{aligned} &\leq \max_{s,r} \left\{ \left| \frac{(N+m)\nu_{\alpha_s}^{(N)} - N\nu_{\alpha_s}^{(N+m)}}{N(N+m)} \right|, \left| \frac{(N+m)\nu_{\beta_r}^{(N)} - N\nu_{\beta_r}^{(N+m)}}{N(N+m)} \right| \right\} \leq \\ &\leq \max_{s,r} \left\{ \left| \frac{m\nu_{\alpha_s}^{(N)} - N(\nu_{\alpha_s}^{(N+m)} - \nu_{\alpha_s}^{(N)})}{N(N+m)} \right|, \left| \frac{m\nu_{\beta_r}^{(N)} - N(\nu_{\beta_r}^{(N+m)} - \nu_{\beta_r}^{(N)})}{N(N+m)} \right| \right\} \leq \\ &\leq \frac{m+l-1}{N+m}. \end{aligned}$$

Пользуясь монотонностью функции $(x+A)/(x+B)$ при $B > A > 0$, $x > 0$, получаем

$$|z(\chi) - z^{(N)}| \leq \frac{D_l + l - 1}{N + D_l}.$$

Пусть D — диаметр графа переходов автомата A . Учитывая неравенство $D_l \leq D + l - 1$, мы приходим к следующему утверждению.

ТЕОРЕМА 2. *Предположим, что автомат A перерабатывает последовательность*

$$\chi^{(N)} = (x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$$

в последовательность

$$\gamma^{(N)} = (y_0, y_1, \dots, y_{N-1}), \quad N = 1, 2, \dots$$

Пусть

$$z^{(N)} = (p_{\alpha_1}, \dots, p_{\alpha_t}, p_{\beta_1}, \dots, p_{\beta_k})$$

— вектор относительных частот встречаемости слов $\alpha_1, \dots, \alpha_t$ (для $\chi^{(N)}$) и β_1, \dots, β_k (для $\gamma^{(N)}$). Пусть D — диаметр графа переходов автомата A .

Тогда

$$\rho(z^{(N)}, R_A) \leq \frac{D + 2(l - 1)}{N + D + l - 1}, \quad l = \max\{|\alpha_i|, |\beta_j|\}.$$

§ 5. ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОГРАННИКОВ АВТОМАТОВ В ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ. ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ О НЕИЗВЕСТНОМ АВТОМАТЕ

Под задачей идентификации мы понимаем задачу проверки гипотезы о том, что неизвестный автомат A (входная и выходная последовательности которого наблюдаются) совпадает с известным автоматом A_0 .

Теорема 2 позволяет построить следующую процедуру проверки того, что неизвестный автомат A идентичен заданному автомату A_0 .

1. Выбираются наборы слов $\alpha_1, \dots, \alpha_t$ (для входной последовательности) и β_1, \dots, β_k (для выходной последовательности) и строится многогранник R_A автомата A_0 .

2. Подсчитываются относительные частоты встречаемости этих слов в имеющихся последовательностях. Вычисляется расстояние ρ между многогранником автомата и вектором относительных частот. (Если вектор частот принадлежит многограннику, то $\rho = 0$.)

3. Если

$$\rho > \frac{D + 2(l - 1)}{N + D + l - 1},$$

то имеющаяся выходная последовательность не могла быть получена из входной при помощи автомата A_0 . Если

$$\rho \leq \frac{D + 2(l - 1)}{N + D + l - 1},$$

то наблюдаемые частоты встречаемости выделенных слов не противоречат гипотезе о том, что неизвестный автомат идентичен автомату A_0 . В последнем случае целесообразно либо перейти к другому отрезку имеющих последовательностей, либо изменить набор слов, частоты которых анализируются.

Описанная процедура справедлива для произвольных множеств слов

$$\{\alpha_1, \dots, \alpha_t\} \quad \text{и} \quad \{\beta_1, \dots, \beta_k\}.$$

В частности, множество слов $\{\alpha_1, \dots, \alpha_t\}$ может быть пустым. В этом случае анализ основан на соотношениях частот слов только в выходной последовательности автомата.

Подчеркнем, что описанная процедура, во-первых, не зависит от начального состояния исследуемого автомата, и во-вторых, несмотря на то, что анализируются частоты определенных событий в наблюдаемых последовательностях, не использует каких бы то ни было предположений о вероятностной природе входной последовательности.

Трудоёмкость предложенной процедуры определяется двумя слагаемыми. Во-первых, это трудоёмкость построения многогранника, во-вторых, трудоёмкость выбора из имеющейся последовательности «рабочего» участка, на котором принимается решение.

Построение многогранника по теореме 1 требует нахождения всех циклов графа $G^{(l)}$ и построения выпуклой оболочки множества точек $\{z(c)\}$. Обе эти задачи неоднократно рассматривались в литературе (см., например, [3, 4]). Трудоёмкость первой задачи в нашем случае можно оценить величиной $2^{(|Q| \times |X|)^l}$. Трудоёмкость второй задачи линейно растёт с ростом мощности $|\{z(c)\}|$. Для определенных классов автоматов возможны аналитические методы построения их многогранников.

Относительно приведенной процедуры необходимо сделать два замечания.

Во-первых, если многогранник неизвестного автомата совпадает с многогранником автомата A_0 для заданных наборов слов во входной и выходной последовательностях, то предложенная процедура не сможет различить эти автоматы. Следовательно, возникает задача классификации автоматов по их многогранникам. Подходы к решению такой задачи могут существовать для определенных классов автоматов.

Во-вторых, интуитивно ясно, что хорошо различаться будут такие автоматы, многогранники которых имеют незначительный объем общей части. Существенным здесь является и то, насколько вероятно попадание точки, соответствующей «рабочему отрезку» последовательности, в общую часть обоих многогранников. Это зависит от вероятностного распределения на множестве входных последовательностей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Якобс К.* Машинно-порожденные 0–1 последовательности. — *Машины Тьюринга и рекурсивные функции.* — М.: Мир, 1972, с. 216–247.
2. *Гилл А.* Введение в теорию конечных автоматов. — М.: Наука, 1966.
3. *Глибовец Н. Н., Заднепровский К. Г.* Об одном подходе к решению задачи нахождения всех контуров в ориентированных графах. — *Мод. сист. обраб. информ.*, 1990, № 9, с. 87–93.
4. *Ли Д., Препарата Ф.* Вычислительная геометрия. Обзор. — *Кибернетич. сб.* Вып. 24. — М.: Мир, 1987, с. 5–96.