Math-Net.Ru
Общероссийский математический портал

С. А. Нефедов, Ф. А. Шолохович, Критерий стабилизируемости динамических систем с конечномерным входом, *Дифференц. уравнения*, 1986, том 22, номер 2, 223–228

https://www.mathnet.ru/de5779

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
https://www.mathnet.ru/rus/agreement

Параметры загрузки:
IP: 18.97.14.82
15 мая 2025 г., 19:04:30

В п. 7 доказано следующее утверждение. Найдется $\bar{\bar{\alpha}}\in\mathbf{R}_*^+$ ($\bar{\bar{\alpha}}=\min\{\beta, \bar{\alpha}\}$), такое, что при всяком $r\in(0, \bar{\bar{\alpha}})$ отображение $g_r: V^n\to V^n$, определенное формулой (52) [1], есть инъекция V^n в V^n. Лемма доказана.

Литература

1. Миллионщиков В. М.— Дифференц. уравнения, 1985, т. 21, № 9, с. 1489—1498.
2. Миллионщиков В. М.— Дифференц. уравнения, 1985, т. 21, № 11, с. 1905—1915.
3. Миллионщиков В. М.— Дифференц. уравнения, 1982, т. 18, № 8, с. 1330—1345.

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию 16 марта 1983 г.

УДК 517.977.56

С. А. НЕФЕДОВ, Ф. А. ШОЛОХОВИЧ

КРИТЕРИЙ СТАБИЛИЗИРУЕМОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С КОНЕЧНОМЕРНЫМ ВХОДОМ

Рассмотрим динамическую систему, описываемую дифференциальным уравнением

$$\frac{dz(t)}{dt}=Az(t)+Bu(t),\ \ z(0)=z_0 \tag{1}$$

в комплексном банаховом пространстве Z. Здесь A — производящий оператор некоторой сильно непрерывной полугруппы операторов T_t^A $u(t)$ — функция-управление со значениями в конечномерном пространстве R^n, B — линейный ограниченный оператор, взаимно однозначно отображающий R^n на свою область значений в пространстве Z. Систему (1) будем называть конечномерной, если пространство Z конечномерно, и бесконечномерной — в противном случае.

Однородная система $\dfrac{dz(t)}{dt}=Az(t)$ и соответствующая полугруппа T_t^A называются экспоненциально устойчивыми, если полугруппа T_t^A имеет отрицательный тип ω, $\omega=\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{\ln\|T_t^A\|}{t}$. В этом случае для любого $\gamma>\omega$ существует такое $M>0$, что $\|T_t^A\|\leqslant M\exp(\gamma t)$. Система (1) называется (экспоненциально) стабилизируемой, если существует линейный ограниченный оператор $D: Z\to R^n$, такой, что система

$$\frac{dz(t)}{dt}=Az(t)+BDz(t)$$

и соответствующая ей полугруппа T_t^{A+BD} являются экспоненциально устойчивыми.

Исследованию стабилизируемости системы (1) посвящено значительное число работ (см. библиографию в [1]), однако случай бесконечномерной системы (1) с конечномерным входом $B: R^n\to Z$ до сих пор остается малоизученным.

Предположим, существует такое $\gamma<0$, что множество $\sigma_u=\{\lambda\,|\,\lambda\in\sigma(A),$

$\operatorname{Re}\lambda\geqslant\gamma\}$ ограничено и может быть отделено от остальной части σ_s спектра $\sigma(A)$ простым, гладким, замкнутым контуром. Тогда говорят, что оператор A обладает спектральным разложением (см. [1, с. 75]). Действительно, пусть P — проектор, соответствующий спектральному множеству σ_u, $\tilde{P}=J-P$, $Z_u=PZ$, $Z_s=\tilde{P}Z$, тогда пространство Z разлагается в прямую сумму $Z=Z_u\oplus Z_s$ инвариантных относительно T_t^A подпространств. Система (1) соответственно распадается на две системы:

$$\frac{dz_u(t)}{dt}=A_u z_u(t)+PBu(t), \tag{1u}$$

$$\frac{dz_s(t)}{dt}=A_s z_s(t)+\tilde{P}Bu(t), \tag{1s}$$

где $A_u=AP$, $A_s=A\tilde{P}$, $\sigma(A_u)=\sigma_u$, $\sigma(A_s)=\sigma_s$, $z_u=Pz$, $z_s=\tilde{P}z$, $z=z_u+z_s$. Заметим, что A_u — ограниченный оператор.

Предлагаемая работа посвящена доказательству следующего утверждения.

Теорема 1. *Пусть система (1) стабилизируема и соответствующая полугруппа T_t^{A+BD} имеет тип $\omega_0<0$. Тогда для любого $\gamma:\omega_0<\gamma<0$ существует спектральное разложение оператора, такое, что полугруппа $T_t^{A_s}$ имеет тип, не превосходящий γ, а система (1u) конечномерна, управляема и, следовательно, стабилизируема.*

Напомним, что конечномерная система (1) называется управляемой, если для любой точки $z\in Z$ и некоторого $t>0$ существует непрерывное управление, приводящее из 0 в z за время t. Известно, что система (1u) в m-мерном пространстве Z_u управляема тогда и только тогда, когда

$$\operatorname{sp}\{PBR^n, A_uPBR^n, \ldots, (A_u)^{m-1}PBR^n\}=Z_u.$$

При наличии спектрального разложения оператора A известны следующие достаточные условия стабилизируемости.

Теорема 2. ([2]). *Пусть полугруппа $T_t^{A_s}$ экспоненциально устойчива, а система (1u) конечномерна и управляема. Тогда система (1) стабилизируема.*

Объединяя теоремы 1 и 2, получим критерий стабилизируемости системы (1).

Теорема 3. *Для стабилизируемости системы (1) необходимо и достаточно существования спектрального разложения оператора A, такого, что полугруппа $T_t^{A_s}$ экспоненциально устойчива, а система (1u) конечномерна и управляема.*

Таким образом, конечномерный вход B позволяет стабилизировать лишь некоторую конечномерную подсистему системы (1).

Доказательство теоремы 1. 1). Покажем, что множество σ_u состоит из конечного числа полюсов. Известно, что

$$T_t^{A+BD}z=T_t^Az+\int_0^t T_{t-s}^A BDT_s^{A+BD}z\,ds.$$

Подействовав на это тождество преобразованием Лапласа и воспользовавшись известным представлением резольвенты, получим

$$\begin{aligned}R(\lambda, A+BD)z&=R(\lambda, A)z+R(\lambda, A)BDR(\lambda, A+BD)z=\\&=R(\lambda, A)(J+BDR(\lambda, A+BD))z\end{aligned} \tag{2}$$

при $\operatorname{Re}\lambda>\omega_1$, ω_1 — тип полугруппы T_t^A, $\omega_1>\omega_0$. Далее, обозначим $R(\lambda)=J+BDR(\lambda, A+BD)$ и исследуем условия существования обратного оператора $R^{-1}(\lambda)$. Рассмотрим уравнение $R(\lambda)x=z$, т. е.

$$x+BDR(\lambda, A+BD)x=z. \tag{3}$$

Очевидно, решение x имеет вид $x=z+B\mu$, где $\mu \in R^n$. Подставляя это равенство в (3), получим

$$B\mu+BDR(\lambda, A+BD)z+BDR(\lambda, A+BD)B\mu=0.$$

Так как B — взаимно однозначный оператор, то $(J+DR(\lambda, A+BD)B)\mu= =-DR(\lambda, A+BD)z$ и получаем систему n уравнений для определения μ. Для существования ограниченного оператора $R^{-1}(\lambda)$ необходимо и достаточно, чтобы определитель этой системы $\mathscr{D}(\lambda)$ был отличен от нуля.

Пусть $B\mu=\sum\limits_{i=1}^{n} b_i\mu_i$, где $b_i \in Z$, $\{\mu_i\}_{i=1}^{n} \in R^n$ и $Dz=\{z_i^*(z)\}_{i=1}^{n}$, где $z_i^* \in Z^*$. Очевидно

$$DR(\lambda, A+BD)B\mu=\{\mu_1 z_i^* R(\lambda, A+BD)b_1+\ldots+\mu_n z_i^* R(\lambda, A+BD)b_n\}_{i=1}^{n}.$$

Положим $\|\mu\|=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}|\mu_i|$, тогда $\|DR(\lambda, A+BD)B\|=\max\limits_{i}\sum\limits_{j=1}^{n}|z_i^* R(\lambda, A+ +BD)b_j|$. Пусть $\gamma_1 : \omega_0<\gamma_1<\gamma$. При $\operatorname{Re}\lambda\geqslant\gamma_1$ справедливо

$$\varphi(\lambda, z, z^*)=z^*R(\lambda, A+BD)z=\int\limits_0^\infty \exp(-\lambda\xi)z^*T_\xi^{A+BD}zd\xi. \tag{4}$$

По теореме Пэли — Винера функция $\varphi(\lambda, z, z^*)$ принадлежит пространству функций, голоморфных в полуплоскости $\operatorname{Re}\lambda>\gamma_1$ и имеющих ограниченную норму:

$$\|f\|_{H^2(\gamma_1)}=\sup_{\alpha>\gamma_1}\left(\int\limits_{-\infty}^{+\infty}|f(\alpha+i\tau)|^2 d\tau\right)^{1/2}$$

Известно [3, с. 244], что при $\varphi \in H^2(\gamma_1)$ и $\gamma_2>\gamma_1$ величина $|\varphi(\gamma_2+ +\rho\exp(i\varphi))|$ стремится к нулю равномерно относительно $\varphi \in \in\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. Поэтому для любого $\gamma_2 : \gamma_1<\gamma_2<\gamma$ и любого $l : 0< <l<1$ существует такое $r>0$, что на множестве $M_r^{\gamma_2}=\{\lambda\,|\,|\lambda-\gamma_2|\geqslant r$, $\operatorname{Re}\lambda\geqslant\gamma_2\}$ справедливо $\|DR(\lambda, A+BD)B\|\leqslant l$. Отсюда следует ([4, с. 211]), что на множестве $M_r^{\gamma_2}$ существует обратный оператор $F(\lambda)= =(J+DR(\lambda, A+BD)B)^{-1}$, причем $\|F(\lambda)\|\leqslant\frac{1}{1-l}$.

Определитель $\mathscr{D}(\lambda)$ является голоморфной функцией в полуплоскости $\operatorname{Re}\lambda>\omega_0$, поэтому в полукруге $C_r^{\gamma_2}=\{\lambda\,|\,|\lambda-\gamma_2|<r$, $\operatorname{Re}\lambda\geqslant\gamma_2\}$ он может иметь лишь конечное число нулей $\lambda_1, \ldots, \lambda_p$, при $\lambda\neq\lambda_i$, $i= =1, 2, \ldots, p$, $\operatorname{Re}\lambda\geqslant\gamma_2$ определены оператор-функции $F(\lambda)$ и $R^{-1}(\lambda)$:

$$R^{-1}(\lambda)=J-BF(\lambda)DR(\lambda, A+BD). \tag{5}$$

Кроме того, $F(\lambda)=\frac{\lambda}{\mathscr{D}(\lambda)}G(\lambda)$, где $G(\lambda)$ — матрица из алгебраических дополнений к элементам матрицы $J+DR(\lambda, A+BD)B$. Элементы матрицы $G(\lambda)$ являются голоморфными функциями в полуплоскости $\operatorname{Re}\lambda> >\omega_0$, поэтому функция $F(\lambda)$ (и, следовательно, $R^{-1}(\lambda)$) голоморфна.

В точке λ_i $(1\leqslant i\leqslant p)$ обе функции имеют полюс, кратность которого совпадает с кратностью ν_k соответствующего нуля функции $\mathscr{D}(\lambda)$.

Из равенства (2) следует

$$R(\lambda, A+BD)R^{-1}(\lambda)=R(\lambda, A) \tag{6}$$

при $\operatorname{Re}\lambda>\omega_1$. Обе части этого равенства голоморфны, поэтому оно справедливо также при $\operatorname{Re}\lambda\geqslant\gamma_2$, $\lambda\neq\lambda_i$. Из (6) вытекает, что каждая точка λ_i является полюсом резольвенты $R(\lambda, A)$ и $\sigma_u=\{\lambda_i\,|\operatorname{Re}\lambda_i\geqslant\gamma\}$.

Так как в полосе $\gamma_2 \leqslant \operatorname{Re}\lambda \leqslant \gamma$ содержится лишь конечное число точек спектра, то спектральное множество σ_u отделимо от σ_s и оператор A обладает описанным выше спектральным разложением.

2) Докажем, что пространство Z_u конечномерно и система $(1u)$ управляема. Так как оператор A_u ограничен, то область полной управляемости (замыкание множества достижимых из нуля состояний) для системы $(1u)$ имеет вид

$$K = \operatorname{sp}\{\bigcup_{p=0}^{\infty}(A_u)^p PBR^n\}.$$

Пусть $p(\lambda)$ — полином степени m, имеющий в точках $\lambda_i \in \sigma_u$ нули кратности ν_i. Тогда ([5, с. 611]) $p(A_u)=0$ и, следовательно, оператор $(A_u)^m$ можно представить в виде линейной комбинации операторов $(A_u)^p$, $p=0, \ldots, m-1$. Отсюда вытекает, что

$$K = \operatorname{sp}\{\bigcup_{p=0}^{m-1}(A_u)^p PBR^n\},$$

т. е. ввиду конечномерности области значений оператора B подпространство K конечномерно.

Пусть $\sigma_u = \{\tilde{\lambda}_i\}$, $i=1, 2, \ldots, \tilde{p}$. Подпространство Z_u разложимо в прямую сумму подпространств

$$Z_u = Z_1 \oplus Z_2 \oplus \ldots \oplus Z_{\tilde{p}}, \tag{7}$$

где $Z_i = P_i Z_u$ и P_i — проектор, соответствующий полюсу $\tilde{\lambda}_i$ кратности $\tilde{\nu}_i$.

Пусть z — собственный вектор, $A_u z = \tilde{\lambda}_i z$, известно, что z можно представить в виде суммы $z = z_1 + z_2$, где $z_1 \in K$, $\|z_2\| = \rho(z, K)$ — расстояние от z до K (см. [4, с. 128]). Справедливы следующие соотношения:

$$\|PT_t^{A+BD}z\| = \left\| T_t^{A_u}z + \int_0^t T_{t-s}^{A_u} PBDT_s^{A+BD}z\,ds \right\| =$$

$$= \left\| z\exp(\tilde{\lambda}_i t) + \int_0^t T_{t-s}^{A_u} PBDT_s^{A+BD}z\,ds \right\| \geqslant$$

$$\geqslant \rho(z\exp(\tilde{\lambda}_i t), K) = \|z_2\exp(\tilde{\lambda}_i t)\| \geqslant \exp(\gamma t)\|z_2\|. \tag{8}$$

С другой стороны, для $\gamma_3 : \omega_0 < \gamma_3 < \gamma$ и некоторого $M > 0$ справедливо

$$\|PT_t^{A+BD}z\| \leqslant M\exp(\gamma_3 t)\|z\|. \tag{9}$$

Сопоставляя (8) и (9), получим $z_2=0$, т. е. $z \in K$. Аналогичным образом можно показать, что и все присоединенные векторы принадлежат K, а так как пространство Z_i есть множество корневых векторов, $Z_i = \{z \mid (\tilde{\lambda}_i J - A_u)^{\tilde{\nu}_i} z = 0\}$, то $Z_i \subseteq K$. Из (7) теперь следует $Z_u = K$ и Z_u конечномерно. В конечномерных пространствах понятие полной управляемости совпадает с понятием точной управляемости, поэтому система $(1u)$ управляема и, следовательно, стабилизируема.

3) Обратимся к рассмотрению системы $(1s)$. При $z \in Z_s$ из (5) и (6) вытекает

$$R(\lambda, A_s)z = \tilde{P}R(\lambda, A)z = \tilde{P}R(\lambda, A+BD)z - \tilde{P}R(\lambda, A+BD)BF(\lambda)DR(\lambda, A+$$

$$+BD)z = \tilde{P}R(\lambda, A+BD)z - \sum_{i=1}^{n}\chi_i(\lambda)\tilde{P}R(\lambda, A+BD)b_i, \tag{10}$$

где $\chi_i(\lambda) = \sum_{j=1}^{n} f_{ij}(\lambda) z_j^* R(\lambda, A+BD)z$ и $f_{ij}(\lambda)$ — элементы матрицы $F(\lambda)$.

Так как $\|F\|=\max\limits_i \sum\limits_{j=1}^n |f_{ij}|$, то

$$|\chi_i(\lambda)|\leqslant\|F(\lambda)\|\max_j |z_j^* R(\lambda, A+BD)z|.$$

Как отмечалось ранее (см. (4)), функции $\varphi(\lambda, z, z_j^*)$ принадлежат $H^2(\gamma_1)$ и, следовательно, ограничены в полуплоскости $\operatorname{Re}\lambda\geqslant\gamma_2$. Кроме того, как было показано, на множестве $M_r^{\gamma_2}$ справедлива оценка $\|F(\lambda)\|\leqslant\dfrac{1}{1-l}$; поэтому функции $\chi_i(\lambda)$ ограничены на M_r^γ. Подействуем на (10) функционалом $z^*\in Z^*$:

$$z^*R(\lambda, A_s)z=\tilde{P}^*z^*R(\lambda, A+BD)z-\sum_{i=1}^n \chi_i(\lambda)\tilde{P}^*z^*R(\lambda, A+BD)b_i=$$

$$=\varphi(\lambda, z, \tilde{P}^*z^*)-\sum_{i=1}^n \chi_i(\lambda)\varphi(\lambda, b_i, \tilde{P}^*z^*). \qquad (11)$$

В полосе $\gamma_2<\operatorname{Re}\lambda<\gamma$ имеется лишь конечное число точек из σ_s, поэтому существует γ_3, такое, что $\gamma_2<\gamma_3<\gamma$, $R(\lambda, A_s)$ голоморфна при $\operatorname{Re}\lambda>\gamma_3$ и, в частности, $z^*R(\lambda, A_s)z$ ограничена на полукруге C_r^γ. Из соотношения (11) и ограниченности $\chi_i(\lambda)$ на M_r^γ следует теперь, что $z^*R(\lambda, A_s)z\in H^2(\gamma)$.

Далее, пусть $\tilde{b}_i=\tilde{P}b_i$. Произведение $\psi_i(\lambda)=z^*R(\lambda, A_s)\tilde{b}_i\cdot\varphi(\lambda, z, z_i^*)$ двух функций из $H^2(\gamma)$ принадлежит $H^1(\gamma)$. Пусть $\beta>-\gamma$, очевидно, $\psi_i(\lambda-\beta)\in H^1(\alpha)$, где $\alpha=\beta+\gamma>0$. Известно [3, с. 248], что существует непрерывная функция $a_0(t)$, $a_0(t)=O(\exp(\alpha t))$, при $t\to+\infty$, что

$$\psi_i(\lambda-\beta)=\int_0^\infty \exp(-\lambda t)a_0(t)\,dt.$$

С другой стороны, обозначим

$$a_1(t)=\exp(\lambda\beta)\int_0^t (z^*T_{t-\xi}^{A_s}\tilde{b}_i)(z_i^*T_\xi^{A+BD}z)\,d\xi.$$

При $\operatorname{Re}\lambda-\beta>\omega_1$ справедливо $\psi_i(\lambda-\beta)=\int\limits_0^\infty \exp(-\lambda\xi)a_1(\xi)\,d\xi$, откуда следует $a_1(t)=a_0(t)$ и

$$\int_0^t (z^*T_{t-\xi}^{A_s}\tilde{b}_i)(z_i^*T_\xi^{A+BD}z)\,d\xi=O(\exp(\gamma t)).$$

Из формулы

$$z^*\tilde{P}T_t^{A+BD}z=z^*T_t^{A_s}z+\sum_{i=1}^n\int_0^t (z^*T_{t-\xi}^{A_s}\tilde{b}_i)(z_i^*T_\xi^{A+BD}z)\,d\xi$$

и соотношения $z^*\tilde{P}T_t^{A+BD}z=O(\exp(\gamma t))$ следует, что $z^*T_t^{A_s}z=O(\exp(\gamma t))$ или $z^*(\exp(-\gamma t)T_t^{A_s}z)=O(1)$. Применяя два раза принцип равномерной ограниченности, получим $\|\exp(-\gamma t)T_t^{A_s}\|=O(1)$, или окончательно $\|T_t^{A_s}\|=O(\exp(\gamma t))$.

Литература

1. Curtain R. F., Pritchard A. J. Infinite demensional linear systems theory.— Lect. Notes Contr. and Inform. Sci., 1978, vol. 8, V.—297 p.
2. Triggiani R.—J. Math. Anal. Appl., 1975, vol. 52, N 3, p. 383—403.
3. Хилле Э., Филлипс Р. Функциональный анализ и полугруппы.— М.: Изд-во иностр. лит., 1962.—829 с.
4. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ.— М.: Наука, 1977.— 741 с.
5. Данфорд Н., Шварц Дж. Т. Линейные операторы. Общая теория.— М.: Изд-во иностр. лит., 1962.— 895 с.

Уральский государственный университет им. А. М. Горького

Поступила в редакцию 18 августа 1983 г.

УДК 517.925.34

С. К. НОРКИН

ОБ АСИМПТОТИКЕ И СТРУКТУРЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО O-МНОЖЕСТВА ОДНОЙ СИНГУЛЯРНОЙ СИСТЕМЫ. I

Пусть $x \in \mathbf{R}_+$, $y = \operatorname{colon}(u, v) \in \mathbf{R}^k \times \mathbf{R}^{n-k}$, $k, n \in \mathbf{N}$, $n > k$; $(\alpha_1, \alpha_2) : \mathbf{R}_+ \to \mathbf{R}^2_+$, $\alpha(x) = \operatorname{diag}(\alpha_1(x), \alpha_2(x))$; $F(x, y) = \operatorname{colon}(F_1(x, u, v), F_2(x, u, v)) : \mathbf{R}_+ \times \mathbf{R}^k \times \mathbf{R}^{n-k} \to \mathbf{R}^k \times \mathbf{R}^{n-k}$; $I_a =]0; a[$, $J_a = [0; a[$; $\|\cdot\|$ — евклидова норма; $\mathbf{C}_0(I_a)$ $(\mathbf{C}_+(I_a))$ — множество непрерывных неотрицательных (положительных) в интервале I_a функций.

Рассмотрим в области

$$S = \{(x, y) : x \in I_a, \ \|u\| \in J_b, \ \|v\| \in J_d\}, \tag{1}$$

где $a, b, d \in \mathbf{R}_+$ — фиксированные числа, систему

$$\alpha(x) \frac{dy}{dx} = F(x, y). \tag{2}$$

Предположим, что справедливы условия:

1) $\alpha \in \mathbf{C}(I_a)$, $F \in \mathbf{C}(S)$;

2) $\forall (x_0, y_0) \in S$ существует решение $y(x; x_0, y_0)$, $y(x_0; x_0, y_0) = y_0$, рассматриваемое на максимальном интервале существования;

3) $\lim\limits_{x \to +0} \alpha_i(x) = 0, \ i = 1, 2, \ \|F(x, 0)\| \equiv 0;$ $\quad$ (3)

4) $\forall (x, u_1, v_1), \ (x, u_2, v_2) \in S$

$$(u_2 - u_1, F_1(x, u_2, v_2) - F_1(x, u_1, v_1)) \leqslant L_1(x) \|u_2 - u_1\|^2 + \lambda_1(x) \|v_2 - v_1\|^2, \tag{4}$$

$$|(v_2 - v_1, F_2(x, u_2, v_2) - F_2(x, u_1, v_1)) - \lambda_0(x) \|v_2 - v_1\|^2| \leqslant$$
$$\leqslant L_2(x) \|v_2 - v_1\|^2 + \lambda_2(x) \|u_2 - u_1\|^2, \tag{5}$$

где $L_i, \lambda_i, \lambda_0 - L_2 \in \mathbf{C}_+(I_a)$, $i = 1, 2$.

Выполнение ограничений 1), 2) означает, что система (2) принадлежит классу $(\mathbf{C}(S), \mathrm{Un})$.

Решение $y(x; x_0, y_0)$, $x \in I_{x_0}$, $(x_0, y_0) \in S$, системы (2), для которого $\lim\limits_{x \to +0} \|y(x; x_0, y_0)\| = 0$, назовем O-решением, а множество

$$\{(x, y(x; x_0, y_0)) : x \in I_{x_0}\} \text{ — } O\text{-кривой.}$$

Будем изучать для системы (2) интегральное O-множество

$$\mathfrak{M} = \{(\bar{x}, \bar{y}) \in S : \lim_{x \to +0} \|y(x; \bar{x}, \bar{y})\| = 0\}. \tag{6}$$

Очевидно, что для любой O-кривой системы (2) справедливо включение $\{(x, y(x; x_0, y_0)) : x \in I_{x_0}\} \subset \mathfrak{M}$. Поэтому говорим, что $\{(x, y(x; x_0, y_0)) :$