N. N. Blinov, R. S. Saks, S. L. Sobolev, V. A. Toponogov, S. V. Uspenskii, Soviet-Hungarian Symposium on Differential Equations, Theory of Approximation, and Topology, *Uspekhi Mat. Nauk*, 1982, Volume 37, Issue 4, 221–223

1982 г. июль — август *т. 37, вып. 4 (226)*
УСПЕХИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

СОВЕТСКО-ВЕНГЕРСКИЙ СИМПОЗИУМ ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ, ТЕОРИИ АППРОКСИМАЦИИ И ТОПОЛОГИИ

Н. Н. Блинов, Р. С. Сакс, С. Л. Соболев,
В. А. Топоногов, С. В. Успенский

С 1-го по 3-е июня 1981 г. в Институте математики Сибирского отделения АН СССР, в Академгородке г. Новосибирска проходил советско-венгерский симпозиум по дифференциальным уравнениям, теории аппроксимации и топологии. Симпозиум был организован Институтом математики СО АН СССР в рамках планового научного сотрудничества между ИМ СО СССР и Математическим институтом Венгерской Академии наук.

Возглавлял оргкомитет симпозиума С. Л. Соболев.

В работе симпозиума приняли участие 9 математиков из Венгерской народной республики и 109 ученых из 17 городов Советского Союза.

Участники симпозиума обсудили основные направления развития теории дифференциальных уравнений, теории аппроксимации, теории кубатурных формул, геометрии и и топологии в СССР и ВНР за последние годы, а также дальнейшие формы и методы совместного советско-венгерского сотрудничества.

Научная программа симпозиума включала следующие вопросы:

1. Актуальные проблемы теории дифференциальных уравнений (обыкновенных и в частных производных).
2. Проблемы теории приближений, включая теорию кубатурных формул.
3. Проблемы геометрии и топологии.

Заседания симпозиума состояли из пленарных и секционных. Работа проходила параллельно в 4-х секциях: 1) дифференциальные уравнения, 2) геометрия, 3) топология, 4) теория аппроксимации и кубатурные формулы. Кроме того, в аудиториях ИМ СО АН СССР и Новосибирского государственного университета работали семинары по данным разделам математики. Всего было заслушано 4 пленарных доклада и 105 сообщений.

На открытии симпозиума с вступительным словом выступил С. Л. Соболев.

Первым на пленарном заседании был заслушан доклад А. Д. Александрова «Обобщенные римановы пространства». В докладе рассматриваются пространства с внутренней метрикой, в которых достаточно близкие точки соединяются кратчайшими. Излагаются определения и основные свойства метрических пространств кривизны, ограниченной сверху (или сверху и снизу). Подробное описание таких пространств имеется в работе А. Д. Александрова «Об одном обобщении римановой геометрии» (A. D. Alexandrow. Über eine Verallgemeinerung der Riemannschen Geometrie.— Schriftenz Inst. Math. Dtch. Acad. Wiss. Berlin, 1957, 1, S. 33—84). Для этих пространств сравнительно недавно В. Н. Берестовским и И. Г. Николаевым было показано, что при условии локальной компактности и продолжимости кратчайших, эти пространства оказываются римановыми, т. е. метрику в них можно задать посредством квадратичной формы.

Следующий доклад сделал венгерский математик М. Богнар «Об обобщенных псевдомногообразиях». Были определены математические объекты, подобные в некотором смысле броверовским псевдомногообразиям и изучены некоторые их свойства такие, как ориентируемость, зацепленность и т. д.

В докладе Ю. Г. Решетняка «Дифференциальные свойства квазиконформных и конформных отображений римановых пространств» устанавливается некоторое достаточное условие дифференцируемости в точке пространственного квазиконформного отображения. В качестве приложения этого результата получено условие регулярности конформного отображения римановых пространств.

В докладе венгерского математика Г. Тота «Гармонические отображения римановых многообразий» рассматриваются гармонические отображения компактного ориентированного многообразия в полное многообразие. Отображение называется гармоническим, если оно минимизирует интеграл энергии. Изучаются пространства гармонических отображений соответствующих римановых пространств. Исследуется вопрос: всякие ли два гомотопных гармонических отображения можно соединить кривой в пространстве гармонических отображений? Ввиду сложности этого вопроса, предварительно ставится задача: соединяются ли два гомотопных гармонических отображения ломаной геодезической в пространстве гармонических отображений. Таким образом задается разбиение пространства гармонических отображений на классы. Изучается структура полученных классов эквивалентности. В докладе поставлен ряд проблем.

Далее остановимся коротко на содержании секционных докладов венгерских математиков.

В секции «Дифференциальные уравнения» выступили А. Эльберт и И. Бихари, а также 42 советских участника.

В докладе А. Эльберта «О неустойчивости одной дифференциальной системы» рассматривается дифференциальное уравнение вида $\ddot{w} + f(\varphi)\, w = 0$ на плоскости (x, y), где $w = (x, y)$ вектор, а φ — полярная координата на плоскости. Если $f(\varphi)$ не постоянная функция, то решения этого уравнения могут возбуждаться. Показано, что при этом расстояние $r(t)$ от начала координат возрастает не быстрее, чем $\sqrt{t}$, и эта оценка точна.

В докладе И. Бихари «Колебание пар Бёхари относительно полулинейных дифференциальных уравнений» рассматривается дифференциальное уравнение вида

$$(py')' + qf(y, py') = 0, \quad x \in I = (-\infty, +\infty)$$

и связанные с его решением пары функций

$$\Phi = \varphi_1 y - \varphi_2 py', \ \Psi = \psi_1 y - \psi_2 py',$$

а также

$$U = \varphi y_1 - \psi p y_1', \quad V = \varphi y_2 - \psi p y_2',$$

где $y_1(x)$, $y_2(x)$ — фундаментальная система решений, а φ_1, ψ_i $(i = 1, 2)$, φ, ψ — заданные функции, $\varphi_1\psi_2 - \psi_1\varphi_2 \neq 0$, $x \in I$. Рассматриваются свойства колебаний этих пар функций. Если $p, q \in C(I)$, $p > 0$; $f \in C(I^2)$; $\varphi_i, \psi_0, \varphi, \psi \in C_1(I)$; $f(\lambda u, \lambda v) = \lambda f(u, v)$; $\{\varphi_i, \psi_i\} \neq 0$, $\{\varphi, \psi\} \neq 0$ $(i = 1, 2)$, где

$$\{\varphi, \psi\} \equiv p(\varphi'\psi - \varphi\psi') + \varphi^2 + pqf(\varphi, \psi);$$

тогда функции Φ и Ψ (а также U и V) не имеют общих нулей; не имеют двойных нулей, т. е. нули чередуются; нули не накапливаются; нули отделены друг от друга и т. д.

В секции «Топология» выступили Й. Деак и З. Фюреди.

В докладе Й. Деака «О некоторых размерностных функциях» рассмотрены неравенства между некоторыми размерностными функциями.

Подробное изложение доклада находится в печати в сборнике «Studia Sci. Math. Hung.» под заголовком «Об обобщениях общей паракомпактности» (On the generalizations of total paracompactness).

В докладе З. Фюреди «О теории максимальных систем множеств» дается обзор результатов по теории экстремальных семейств конечных множеств. Приведено несколько теорем, обобщающих теорему Ердёш-Ко-Радо, которая утверждает, что если $|X| = n$, $\mathscr{F}$ — подсемейство всех k-элементных подмножеств множества X, обладающее тем свойством, что $F_1, F_2 \in \mathscr{F}$ влечет $F_1 \cap F_2 \neq \varnothing$, тогда $|\mathscr{F}| \leqslant \binom{n-1}{k-1}$ в случае $n \geqslant 2k$.

В секции «Геометрия» выступили П. Надь, И. Барани и Я. Пах.

В докладе П. Надя «Геодезические в римановых субмерсиях» дается характеризация геодезических в римановых субмерсиях π: $P \to M$ с помощью тензора неголономности — A и второго фундаментального тензора — T, возможная по теореме: кривая $x(s) = (y(s), z(s))$ является геодезической в римановой субмерсии (P, π, M) тогда и только тогда, когда выполняются условия: 1. $\nabla_s y' = -A(x')y'2$. Проекция кривой $x(t)$ в слое является аффинно параметризированной геодезической.

Исследуется свободное движение тела в пространства постоянноей кривизны.

В докладе И. Барани «Об одном обобщении теоремы Каратеодори» на случай нескольких множеств доказывается следующий факт: пусть множества $V_1, \ldots, V_{d+1} \subset \subset \mathbb{R}^d$ и $a \in \bigcap_{i=1}^{d+1} \operatorname{conv} V_i$, тогда найдутся элементы $v_1 \in V_1, \ldots, v_{d+1} \in V_{d+1}$ такие, что $a \in \in \operatorname{conv} \{v_1, \ldots, v_{d+1}\}$. Приведено несколько применений этого факта, в том числе одно обобщение теоремы Хелли.

В докладе Я. Паха «Как контролировать некоторые классы функций?» рассматривается класс функций $\mathcal{F} = \{f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n\}$ и $\{x_n\}_{n=1,2\ldots}$; $0 < x_1 < x_2 < \ldots, \lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$ — некоторая последовательность вещественных чисел. Исследуется вопрос о том, существует ли такая система точек $\mathcal{P} = \{p_1, p_2, \ldots\}$ в $(n+1)$-мерном пространстве, которая обладает следующими свойствами: 1. Для любого i первая координата точки p_i совпадает с x_i. 2. Система $\mathcal{P}$ контролирует $\mathcal{F}$ в том смысле, что для любого $f \in \mathcal{F}$ существует i, для которого $f(x_i)$ отличается от последних n координат p_i не больше, чем на единицу. Для некоторых систем $\mathcal{F}$ в работе определяются необходимые и достаточные условия существования контролирующей системы.

В секциях и рабочих семинарах по теории аппроксимации и теории кубатурных формул было сделано 21 сообщение советских математиков.

На секциях и рабочих семинарах по геометрии было заслушано 17 сообщений советских математиков.

На секциях и рабочих семинарах по топологии было заслушано 18 сообщений советских математиков.

В свободное от заседаний время Оргкомитетом были организованы экскурсии по живописным окрестностям Академгородка и Новосибирска.

Следующий советско-венгерский симпозиум намечено провести в Венгрии в 1983 г.