V. M. Epifanov, Численные решения стационарной задачи о температурном состоянии охлаждаемой стенки,

TVT, 1978, Volume 16, Issue 5, 1028–1031

https://www.mathnet.ru/eng/tvt9189

ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР
Том 16 1978 № 5

УДК 532.546.013.3

ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ СТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ О ТЕМПЕРАТУРНОМ СОСТОЯНИИ ОХЛАЖДАЕМОЙ СТЕНКИ

Епифанов В. М.

Обоснована необходимость постановки и решения нелинейной задачи о расчете распределения температур материала и охладителя по толщине пористой стенки. Для учета влияния температуры на теплофизические характеристики материала и охладителя использованы известные аппроксимирующие зависимости, а также результаты специально выполненных экспериментов. Описана методика численных решений систем нелинейных дифференциальных уравнений, приведены результаты расчетов, сопоставленные с результатами аналогичных расчетов, проведенных без учета переменности теплофизических свойств материала и охладителя.

В современных конструкциях, элементы которых подвергаются интенсивному нагреву, находят применение пористые материалы, охлаждаемые путем прокачки хладоагента и его вдува через горячую поверхность. При проектировании такого рода конструкций должно определяться температурное состояние пористой стенки. Задача формулируется чаще всего как одномерная, связанная с определением функций $T(x)$ и $T_i(x)$, где T и T_i — температуры материала и охладителя соответственно, x — координата по нормали к стенке.

Основным допущением, используемым в настоящее время при решении данной задачи, является рассмотрение ее в предположении, что все теплофизические свойства материала и охладителя принимаются постоянными по толщине стенки. Между тем современные конструкции характерны наличием значительных градиентов температуры, в связи с чем в ряде случаев целесообразно рассмотреть задачу в более общей постановке с учетом влияния температуры на свойства материала и охладителя.

В работе [1] сделана попытка рассмотрения задачи в такой постановке: авторы учли зависимость коэффициента теплопроводности пористого материала и теплоемкости охладителя от температуры. Однако наряду с этим в работе [1], как и в более ранних работах [2, 3], использовано допущение о равенстве температур охладителя и материала, что не соответствует результатам современных экспериментов.

Все это позволяет считать необходимой постановку одномерной стационарной задачи с учетом зависимости переменности основных теплофизических свойств газа (теплоемкости c_p, коэффициента теплопроводности λ_i, динамической вязкости μ_i, плотности ρ_i) и пористого материала $\lambda_п$.

Задача сводится к решению системы уравнений:

для плоской стенки

$$\alpha_v(T-T_i)=c_p g_0 \frac{dT_i}{dx},$$
$$\lambda_п \frac{d^2T}{dx^2}+\frac{d\lambda_п}{dT}\left(\frac{dT}{dx}\right)^2=c_p g_0 \frac{dT_i}{dx}; \qquad (1а)$$

для цилиндрической стенки

$$\alpha_v(T-T_i)=c_p g_0 \frac{dT_i}{dx},$$
$$\lambda_п \frac{d^2T}{dr^2}+\frac{d\lambda_п}{dT}\left(\frac{dT}{dr}\right)^2+\frac{\lambda_п}{r}\frac{dT}{dr}=c_p g_0 \frac{dT_i}{dx}. \tag{1б}$$

Первое уравнение системы — уравнение баланса между количеством тепла, отбираемым охладителем от стенки путем конвекции (α_v — «объемный коэффициент теплоотдачи»), и повышением теплосодержания охладителя (g_0 — удельный массовый расход). Второе уравнение — дифференциальное уравнение теплопроводности. В данном случае производительность внутренних источников (стоков) тепла определяется величиной

$$q_v=-c_p g_0 \frac{dT_i}{dx}.$$

Отметим, что рассматривается вариант охлаждения стенки газом, теплопроводность которого на несколько порядков меньше теплопроводности материала, так что передачей тепла через поры, заполненные газом, можно пренебречь [4].

В уравнениях (1а), (1б) содержатся функции $\alpha_v(T_i)$, $c_p(T_i)$, $\lambda_п(T)$; кроме того, неявно в них входит и $\mu(T_i)$. Остановимся на использованных аппроксимирующих выражениях для теплофизических свойств охладителя.

Для воздуха функция $\mu=\mu(T_i)$ была задана известной формулой Саттерленда [5]

$$\mu=T_i^{1,5}\cdot C_1/(T_i+C_2),$$

где C_1, C_2 — константы. Функция $\lambda_i=\lambda_i(T_i)$ аппроксимирована степенным соотношением [6] $\lambda_i=\lambda_1\cdot T_i^{\lambda_2}$, где λ_1, λ_2 — константы. Теплоемкость c_p определена выражением [7] $\mu c_p=\sum\limits_{n=-1}^{7} a_n^c\left(\frac{T_i}{1000}\right)^n$ (коэффициенты a_n^c известны).

Наиболее сложен при выборе аппроксимирующих выражений вопрос об определении объемного коэффициента теплоотдачи α_v. Достаточно обоснованная, на наш взгляд, оценка этой величины применительно к расчету охлаждения материалов, близких к описанным в работе [8], может быть выполнена с использованием критериального уравнения [9]

$$Nu_d=0{,}26П^{2,8}Re_d^{1,2}\bar{h}^{-1},$$

где $Nu_d=\alpha_v d_п^2/\lambda_i$ — число Нуссельта при течении охладителя в поровом канале диаметром $d_п$; П — степень пористости (П$=1-(\rho_п/\rho_к)$, где $\rho_п$, $\rho_к$ — плотность пористого и идентичного по составу компактного материала); $Re_d=W_п d_п \rho_i/\mu_i$ — число Рейнольдса порового канала; $\bar{h}=h/h_0$ — безразмерная толщина стенки (h_0=0,001 м).

Величина α_v может быть выделена в явном виде из этого уравнения с учетом очевидного соотношения $g_0=\rho_i W_п\cdot П$, где $W_п$ — скорость охладителя в поровом канале

$$\alpha_v=0{,}26\frac{П^{1,6}g_0^{1,2}\lambda_i}{\mu^{1,2}d_п^{0,8}}\bar{h}^{-1}=\alpha_v(T_i).$$

При расчете охлаждения стенки, выполненной из пористых материалов различных типов, для определения α_v можно воспользоваться сведениями, приведенными в [10].

Для определения теплопроводности $\lambda_п(T)$, на которую оказывают влияние такие факторы, как способ изготовления материала, его структура, свойства исходных материалов и т. д., использованы результаты специальных измерений величины $\lambda_п$, проведенных в широком температурном диапазоне автором совместно с Д. М. Карпиносом и В. С. Клименко в ИПМ АН УССР. Объектом исследований явились пористые материалы, изготовленные из проволочных сеток (материал: 1Х18Н9Т, нихром Х20Н80, комбинированные материалы Ni+1Х18Н9Т, Ni+Х20Н80) по технологии, близкой к описанной в [8]. Результаты статистической обработки, выполненной по методу наименьших квадратов, позволили представить $\lambda_п(T)$ в виде $\lambda_п=aT+b$ (a, b – экспериментальные константы).

Для решения система уравнений (1а) и (1б) преобразовывалась путем введения новых переменных $\varphi=dT/dx$ или $\psi=dT/dr$

$$\alpha_v(T-T_i)=c_p g_0 \frac{dT_i}{dx},$$

$$\lambda_п \frac{d\varphi}{dx}+\frac{d\lambda_п}{dT}\varphi^2=c_p g_0 \frac{dT_i}{dx}, \tag{2а}$$

$$\varphi=dT/dx,$$

$$\alpha_v(T-T_i)=c_p g_0 \frac{dT_i}{dr},$$

$$\lambda_п \frac{d\psi}{dr}+\frac{d\lambda_п}{dr}\psi^2+\frac{\lambda_п}{r}\psi=c_p g_0 \frac{dT_i}{dr}, \tag{2б}$$

$$\psi=dT/dr.$$

Для численного решения систем (2а) и (2б) применена стандартная программа для ЭЦВМ «Мир», основанная на применении метода Рунге – Кутта с автоматическим выбором шага. Начальным приближением является решение в линейной постановке.

В качестве примера приведем решение задачи о температурном состоянии плоской пористой стенки при следующих условиях. Температура охладителя на входе в стенку $T_i(0)=T_0'=300$ К. Температура охладителя на входе в систему T_0'' (вне теплового пограничного слоя) принимается равной T_0', т. е. $T_0''=T_0'$ (данное допущение в общем случае несправедливо, как это показано в [11]). Температура горячей поверхности стенки $T_w=2000$ К. Расход $g_0=0{,}831$ г/см$^2\cdot$с. Материал стенки 1Х18Н9Т ($h=0{,}149$ см; $d_п=62{,}4$ мкм; П$=0{,}4216$).

Решение задачи в линейной постановке выполнено по методике [12] при граничных условиях $T_0'=300$ К; $T_w=1200$ К, в результате чего определено, в частности, значение $T_w'=760$ К (температура холодной поверхности). Поскольку численное решение выполнялось в направлении от $x=0$ (где $T=T_w'$) до $x=h$, граничные условия для каждого из приближений решения нелинейной задачи формулировались следующим образом:

$$T(0)=T_w',\ T_i(0)=T_0',\ (dT/dx)_{x=0}=\varphi(0)=0.$$

Как указано выше, $T_0'=T_0''$. Расчет ведется до «выхода» на заданную температуру $T_w=1200$ К с заданной степенью точности.

Результаты выполненных расчетов приведены на рисунке. Обращает внимание существенное (на отдельных участках до 100 К) различие в значениях температуры, определенное с учетом (кривая *2*) и без учета (кривая *1*) нелинейности задачи.

При умеренных температурных перепадах в стенке можно ограничиться решением линейной задачи, которое применительно к цилиндрической стенке имеет некоторые особенности.

Выразим производную dT_i/dr из первого и второго уравнений системы (2б) и, сопоставив полученные выражения, получим

$$\frac{1}{D}\left(\frac{d^2T}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dT}{dr}\right)=A\,(T-T_i), \tag{3}$$

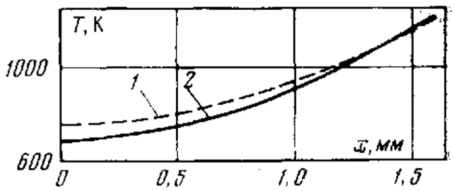
где $D=c_p g_0/\lambda_п$, $A=\alpha_v/c_p g_0$.

После интегрирования полученного соотношения в пределах от $r=r_1$ $(T_i=T_0'=T_0'')$ до r получаем

$$\lambda_п\left(\frac{dT}{dr}+\frac{T}{r}\right)-c_p g_0\,(T_i-T_0'')=0 \tag{4}$$

(константа интегрирования равна нулю в предположении об отсутствии теплового потока вдоль стенки и при отсутствии нагрева излучением). После подстановки (4) в (3) получаем дифференциальное уравнение для температуры стенки

$$\frac{d^2T}{dr^2}+\left(\frac{1}{r}+A\right)\frac{dT}{dr}+$$
$$+A\left(\frac{1}{r}-D\right)T+AD\cdot T_0''=0. \tag{5}$$



Коэффициенты A и D уравнения (5) являются переменными в рамках решения линейной задачи (см. [13]). Действительно, удельный расход охладителя в цилиндрической стенке изменяется по радиусу, так что $g_0(r)=\mathrm{const}\cdot r^{-1}$. Следовательно, в расчетах следует учитывать и соответствующее изменение величины $\alpha_v=\alpha_v(r)$ (см. выше уравнение для его определения). Это обстоятельство отмечено и в более ранних работах, в частности [14]. Однако функция $\alpha_v=\alpha_v(r)$ определена в цитируемой работе лишь приближенным соотношением $\alpha_v=\mathrm{const}\cdot g_0^2$. Обыкновенное неоднородное уравнение с переменными коэффициентами (5) можно свести заменой переменных к системе уравнений первого порядка, способ решения которой идентичен описанному выше.

Московское высшее
техническое училище им. Н. Э. Баумана

Поступила в редакцию
14 XI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. А. Сурков, Л. А. Конюх.* В сб. Тепло- и массоперенос при высоких температурах. Изд. ИТМО АН БССР, Минск, 1973.
2. *L. Green.* J. Appl. Mech., *19*, 111, 1952.
3. *P. Schneider.* Conduction heat transfer. Addisonia Wesley Publishing Co., USA, 1955.
4. *А. В. Лыков.* Спр. Тепломассообмен. «Энергия», 1972.
5. *Л. Г. Лойцянский.* Механика жидкости и газа. «Наука», 1970.
6. *М. Д. Новиков.* Расчет оптимальных параметров теплообменных аппаратов газотурбинных установок. «Энергия», Л., 1967.
7. *С. Л. Ривкин.* Термодинамические свойства газов. «Энергия», 1973.
8. *А. М. Лаптев, А. Г. Овчинников, Ю. И. Синельников.* Пористые листы и оболочки из проволок и проволочных сеток за рубежом, вып. № 1, 9. Обзорная информация, Минчермет, 1976.
9. *С. В. Белов.* Теплоэнергетика, № 1, 1976.
10. *В. А. Майоров.* Теплоэнергетика, № 1, 1978.
11. *В. М. Поляев, А. В. Сухов.* Изв. вузов, Машиностроение, № 1, 1974.
12. *В. М. Епифанов.* Изв. вузов, Машиностроение, № 3, 1976.
13. *В. И. Локай, С. Г. Девидерьев.* Тр. КАИ, вып. 101, 1968.
14. *В. К. Щукин.* ТВТ, *5*, № 3, 1969.