

Академик А. Н. ТИХОНОВ, Е. А. ЛЮБИМОВА, В. К. ВЛАСОВ

ОБ ЭВОЛЮЦИИ ЗОН ПЛАВЛЕНИЯ В ТЕРМИЧЕСКОЙ ИСТОРИИ ЗЕМЛИ

Возникновение слоя плавления в верхней мантии Земли является важнейшим событием термической истории Земли. С процессом выплавления относительно легких силикатических материалов из мантии Земли связывается история формирования земной коры (1, 2). Данные геологии свидетельствуют о существовании определенной длительности циклов в развитии наблюдаемых особенностей строения земной коры (3).

Известно, что температура плавления возрастает с глубиной под влиянием высокого давления со скоростью порядка $3^\circ \text{C}/\text{км}$. Физические условия в верхней мантии таковы, что температурная кривая, обусловленная теплом радиоактивного распада, должна на некотором уровне пересекаться с кривой плавления. Возможность образования зоны плавления около 2—3 миллиардов лет тому назад на глубинах 150—600 км была показана в (4). Возможные вариации глубин и времени формирования первичной зоны плавления в зависимости от принятых параметров были рассмотрены в (5, 6), с учетом поглощения скрытой теплоты плавления. Образовавшийся расплав должен подниматься вверх (7). Причиной поднятия является то обстоятельство, что градиент температуры плавления, существенно больший адиабатического ведет к перемешиванию в слое расплава и подаче относительно перегретого материала вверх, а переохлажденного вниз (2). Существенная роль конвективного перемешивания в этом механизме подчеркнута в (8).

В данной работе на ЭВМ решается модельная задача о влиянии усилившейся теплопередачи в расплавленном слое на характер перемещения этого слоя в термической истории Земли, обусловленной влиянием радиоактивного распада. Будет показано, что управляющим параметром процесса движения слоя является отношение $\lambda_{\text{эф}}/\lambda$, где $\lambda_{\text{эф}}$ — коэффициент теплопередачи в расплавленном слое, а λ — коэффициент теплопроводности в твердой среде, вне расплавленного слоя. Расчеты температуры внутри Земли проводятся с помощью решения квазилинейного уравнения теплопроводности для сферически симметричного тела, содержащего внутренние источники тепла и характеризующегося переменными коэффициентами теплопереноса. Температура поверхности задается постоянной, начальная температура — в виде некоторой гладкой функции $\varphi(r)$.

Пусть $u(r, t)$ — искомая функция, дающая зависимость температуры тела от радиуса и времени; R — радиус тела, $c(u, r)$ — теплоемкость, $\rho(r)$ — плотность вещества тела, $\lambda(u, r)$ — коэффициент теплопроводности, $f(r, t)$ — функция тепловыделения, задающая количество тепла, выделяемого радиоактивными источниками в 1 см^3 в 1 сек. на расстоянии r от центра тела в момент времени t . В безразмерных переменных $r' = r/R$ и $t' = t/T$ будем иметь:

$$c(u, Rr') \rho(Rr') \frac{\partial u}{\partial t'} - \frac{T}{R^2} \frac{1}{r'^2} \left\{ r'^2 \lambda(u, Rr') \frac{\partial u}{\partial r'} \right\} = f(Rr', Tt') T; \\ 0 \leq r' \leq 1, t' \geq 0; \quad (4)$$

при дополнительных условиях:

$$u(Rr', t_0/T) = \varphi(Rr'), \quad u(1, t') = u_0 = \text{const}, \\ \lambda(Rr', u) \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial r'} \Big|_{r'=0} = 0.$$

Для решения этой задачи воспользуемся неявной четырехточечной разностной схемой с неравномерной пространственной сеткой. Разностное уравнение запишется в виде (9)

$$c(Rr'_i, u_i^{j+1}) \rho(Rr'_i) \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\tau} = \\ = \frac{\kappa}{r_i'^2} \frac{1}{\tilde{h}_i} \left[\left(r'_i + \frac{h_{i+1}}{2} \right)^2 \lambda \left(\frac{u_{i+1}^{j+1} + u_i^{j+1}}{2}, R \left(r'_i + \frac{h_{i+1}}{2} \right) \right) \frac{u_{i+1}^{j+1} - u_i^{j+1}}{h_{i+1}} - \right. \\ \left. - \left(r'_i - \frac{h_i}{2} \right)^2 \lambda \left(\frac{u_i^{j+1} + u_{i-1}^{j+1}}{2}, R \left(r'_i - \frac{h_i}{2} \right) \right) \frac{u_i^{j+1} - u_{i-1}^{j+1}}{h_i} \right] + \\ + f(Rr'_i, Tt_{j+1}) T, \quad (2)$$

где τ — шаг по времени, $h_i = r'_i - r'_{i-1}$, $\tilde{h}_i = (h_i + h_{i+1})/2$, $\Sigma h_i = 1$, $\kappa = T/R^2$. Начальные и граничные условия запишем так:

$$u(Rr'_i, t_0/T) = \varphi(Rr'_i), \quad u_0 = u_1, \quad u_M = 0, \quad (3)$$

где M — число шагов по радиусу.

Функция тепловыделения берется в виде экспонент с общим множителем $K_U(t)$, обозначающим концентрацию урана, отнесенную к моменту t . Распределение источников предполагается равномерным до начала плавления, а к современному моменту — слоистым и отвечает делению Земли на кору, мантию и ядро. Коэффициент теплопроводности в твердой части Земли брался как сумма фононной и радиационной составляющей $\lambda = \lambda_{ph} + \lambda_r(\varepsilon)$ в соответствии с работой (10). Эффективный коэффициент $\lambda_{эф}$ внутри расплавленного слоя плохо известен, но может быть оценен на основе применения к условиям Земли соотношений конвекции (11) и выражен через число Релея: $\lambda_{эф}/\lambda = 0,205[Ra]^{1/4} + 1$, откуда следует, что при толщинах слоя расплава от 50 до 500 км величина отношения $\lambda_{эф}/\lambda$ изменяется от 2 до 10.

Уравнение (3) можно преобразовать к виду

$$A_i^{j+1} u_{i+1}^{j+1} - 2B_i^{j+1} u_i^{j+1} + C_i^{j+1} u_{i-1}^{j+1} = D_i^{j+1} \quad (4)$$

с коэффициентами

$$A_i^{j+1} = \frac{1}{h_{i+1}} \frac{\kappa}{r_i'^2} \frac{1}{\tilde{h}_i} \left(r'_i + \frac{h_{i+1}}{2} \right)^2 \lambda \left(\frac{u_{i+1}^{j+1} + u_i^{j+1}}{2}, R \left(r'_i + \frac{h_{i+1}}{2} \right) \right); \\ 2B_i^{j+1} = \frac{\kappa}{r_i'^2} \frac{1}{\tilde{h}_i} \left[\frac{1}{h_{i+1}} \left(r'_i + \frac{h_{i+1}}{2} \right)^2 \lambda \left(\frac{u_{i+1}^{j+1} + u_i^{j+1}}{2}, R \left(r'_i + \frac{h_{i+1}}{2} \right) \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{h_i} \left(r'_i - \frac{h_i}{2} \right)^2 \lambda \left(\frac{u_i^{j+1} + u_{i-1}^{j+1}}{2}, R \left(r'_i - \frac{h_i}{2} \right) \right) \right] + \frac{1}{\tau} c(Rr'_i, u_i^{j+1}) \rho(Rr'_i); \\ C_i^{j+1} = \frac{\kappa}{r_i'^2} \frac{1}{\tilde{h}_i} \frac{1}{h_i} \left(r'_i - \frac{h_i}{2} \right)^2 \lambda \left(\frac{u_i^{j+1} + u_{i-1}^{j+1}}{2}, R \left(r'_i - \frac{h_i}{2} \right) \right); \\ D_i^{j+1} = - \frac{1}{\tau} c(Rr'_i, u_i^{j+1}) \rho(Rr'_i, u_i^{j+1}) u_i^j - f(Rr'_i, Tt_{j+1}) T$$

очевидно, $A_i^{j+1} > 0$, $C_i^{j+1} > 0$, $2B_i^{j+1} = A_i^{j+1} + C_i^{j+1} + c\rho/\tau$, т. е. $2B_i^{j+1} > A_i^{j+1} + C_i^{j+1}$.

На каждом временном слое получили систему зацепленных друг с другом алгебраических уравнений с коэффициентами, зависящими от неизвестного еще решения этих уравнений и от уже полученного решения на предыдущем временном слое. Задача решалась итерационным методом. Решение системы алгебраических уравнений производилось известным методом прогонки (12). Сетка узлов бралась неравномерной: более густой у поверхности и разрежающейся к центру. Размельчение шага достигало 1,5 км. Это дало возможность значительно повысить точность решения вблизи поверхности по сравнению с другими работами, что

важно для вычисления поверхностного теплового потока q и сравнения его с наблюдаемым. Шаг по времени брался постоянным $\tau = 0,001$. Полный интервал счета полагался равным возрасту Земли $t^* = 4,5 \cdot 10^9$ лет. При учете эффекта плавления заранее задавалась некоторая кривая плавления $u_1 = u_1(r)$. Решение на очередном j -м временном слое сравнивалось со значением кривой плавления. Если в некоторых узлах сетки в какой-то момент времени значение температуры превысит температуру плавления в этих точках, то образуется зона плавления, и пара-

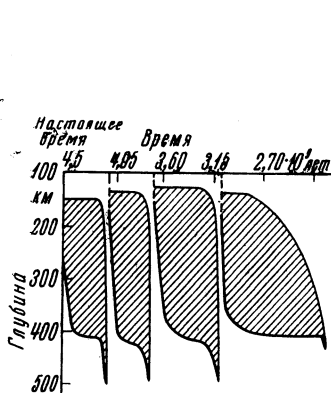


Рис. 1

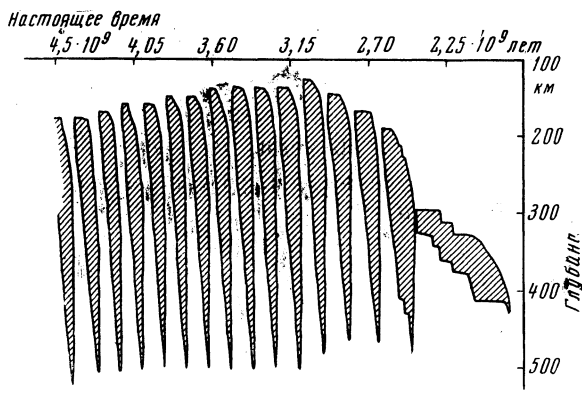


Рис. 2

Рис. 1. Цикличность проплавленной верхней мантии при включении интенсивной теплопередачи в слое расплава. $\lambda_{эф} = 0,05$ кал/см·сек·град, коэффициент поглощения лучистой составляющей $\epsilon = 100$ см⁻¹, концентрация урана $K_U = 0,5 \cdot 10^{-7}$ г/г. $t = 4,5 \cdot 10^9$ лет соответствует настоящему моменту времени. Число циклов 4, период их порядка от 500 до 300 млн. лет

Рис. 2. Цикличность проплавлений верхней мантии при усилении теплопередачи в зоне плавления до величины $\lambda_{эф} = 0,1$ кал/см·сек·град, $\epsilon = 100$ см⁻¹, число циклов 16, период их около 140 млн. лет

метры задачи резко меняются. В этот период производится учет поглощения скрытого тепла, понижения плотности ρ и усиления теплопередачи. Результаты расчета представлены на рис. 1, 2, 3. По вертикальной оси откладывается глубина возникновения расплава, по горизонтальной — время его возникновения. При данной генерации тепла, определяемой концентрацией урана $K_U = 0,5 \cdot 10^{-7}$ г/г, начальный слой плавления формируется на глубине порядка 400 км в период времени $(1,8-2,4) \cdot 10^9$ лет. Если в этот момент включается интенсивная теплопередача с $\lambda_{эф} = 0,05$ или 0,1 кал/см·сек·град, то слой расплава начинает двигаться вверх (рис. 2). Излишек тепла с нижней границы транспортируется к верхней, подплавления ее. Мощность слоя меняется с течением времени. Нижняя граница догоняет верхнюю и на каком-то уровне (30—100 км) под поверхностью слой останавливается и исчезает. За это время в нижних слоях на месте ушедшего расплава восстанавливается молекулярная теплопроводность, и тепловая энергия начинает накапливаться до тех пор, пока снова не будет достигнута температура плавления, и процесс возобновляется. Таким образом, возникает цикл расходования и накопления энергии. Протяженность цикла определяется величиной $\lambda_{эф}/\lambda$. Если $\lambda_{эф}/\lambda$ близко к 1, циклов не возникает. Зона плавления длительное время стабилизируется на уровне 150—400 км. Если $\lambda_{эф} = 0,05$ кал/см·сек·град, то возникает 4 цикла за весь период термической истории Земли, со средней протяженностью 500 млн. лет (рис. 1)*. Если $\lambda_{эф}/\lambda$ близко к 10, причем $\lambda_{эф} = 0,1$ кал/см·сек·град, то возникает 16 циклов протяженностью порядка 140 млн лет (рис. 2). Таким образом, переключение коэффициента теплопередачи с λ на $\lambda_{эф}$ в слое расплава приводит к появлению циклов. Момент переключения зависит, в частности, от факторов, определяющих условия нарушения конвективной устойчиво-

сти. Если увеличить молекулярную теплопроводность верхнего твердого слоя, усиливая, например, вклад радиационной составляющей (при поглощении $\epsilon = 10 \text{ см}^{-1}$), то верхняя кромка расплавленного слоя может достигать глубины 30 км (рис. 3). При таком приближении зоны плавления к поверхности тепловой поток возрастает на 30—40%. При этом отношение $\lambda_{эф}/\lambda$ несколько меньше, чем 10, а число циклов меньше, чем на рис. 2, и равно 13 с периодом 170 млн. лет.

Таким образом, управляющим фактором эволюции зон плавления является повышение теплопередачи внутри расплавленного слоя. Все ос-



Рис. 3. Форма циклов проплавлений верхней мантии при параметрах модели $\lambda = 0,07 \text{ кал/см·сек·град}$ и $\lambda_{эф} = 0,1 \text{ кал/см·сек·град}$ и уменьшения ϵ до 10 см^{-1} в твердом верхнем слое. Число циклов 13, период их 170 млн. лет

тальные параметры могут сильно варьировать, но результат от этого качественно не изменится. Предельное число циклов порядка 20. Средняя протяженность цикла порядка 100—170 млн. лет.

Согласно проведенным расчетам, расплавленный слой в настоящее время находится на уровне 150—300 км, что в общем согласуется с положением *LV*-слоя пониженных скоростей сейсмических волн в верхней мантии.

Основной результат работы состоит в учете переключения коэффициента теплопередачи в процессе эволюции зон плавления. Ряд факторов схематизировался, что, естественно, может привести к некоторым изменениям количественных оценок. Если бы достаточно уверенно было известно число циклов, то можно было бы сделать выводы о структуре и величине термических параметров на глубине.

Возможность многократного проплавления верхней мантии, как было сказано, отмечалось А. П. Виноградовым^(1, 8).

Демонстрируемая цикличность проплавлений может позволить подойти с новых позиций к гипотезе «термальных циклов»⁽¹³⁾.

Поступило
13 VI 1969

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. П. Виноградов, *Геохимия*, № 1 (1961). ² В. А. Магницкий, *Внутреннее строение и Физика Земли*, М., 1965. ³ В. Б. Белоусов, *Земная кора и верхняя мантия материков*, «Наука», 1966. ⁴ Е. А. Любимова, *Изв. АН СССР, сер. геофиз.*, № 10 (1956). ⁵ R. T. Reynolds, A. L. Summers, *J. Geophys. Res.*, 71, № 2 (1966). ⁶ С. В. Маева, *Изв. АН СССР, сер. физика земли*, № 3 (1967). ⁷ Y. Shimazu, *J. Earth Sci. Nagoya Univ.*, 9, № 2 (1961). ⁸ А. П. Виноградов, А. А. Ярошевский, *Геохимия*, № 12 (1967). ⁹ А. А. Самарский, И. М. Соболев, *Журн. вычислит. матем. и матем. физики*, 3, № 4, 702 (1963). ¹⁰ Е. А. Любимова, *Термика Земли и Луны*, «Наука», 1968. ¹¹ А. Г. Кирдяшкин, *Автореферат кандидатской диссертации*, Новосибирск, 1966. ¹² А. Н. Тихонов, А. А. Самарский, *Уравнения математической физики*, «Наука», 1966. ¹³ J. Joly, *Surface History of the Earth*, Oxford, 1930.