

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. Л. Мостинский,  
А. В. Загородних, Д. И. Ламден, К измерению  
температуры фаз в неравновесном двухфазном  
потоке, *ТВТ*, 1979, том 17, выпуск 3, 575–582

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.239.153.44

6 ноября 2024 г., 09:20:41



УДК 536.42

## К ИЗМЕРЕНИЮ ТЕМПЕРАТУРЫ ФАЗ В НЕРАВНОВЕСНОМ ДВУХФАЗНОМ ПОТОКЕ

*Мостинский И. Л., Загородних А. В., Ламден Д. И.*

Рассматривается вопрос об измерении температуры в неравновесном газожидкостном потоке. Получены выражения, связывающие температуру, фиксируемую помещенным в поток термодетектором, с реальными температурами газовой и жидкой фаз. Приводится сравнение теоретических результатов с данными специально проведенных экспериментов.

При исследовании неравновесных газожидкостных потоков часто возникает необходимость отдельного определения температуры каждой из фаз. Любой термодетектор, помещенный в такой поток, подвергается попеременному воздействию фаз, т. е. находится в условиях чередующихся нагрева и охлаждения. В связи с тепловой инерционностью детектора регистрируемая им температура подвержена колебаниям. В подавляющем большинстве случаев она не равна реальным температурам ни одной из фаз, хотя и должна быть связана с ними определенным образом. Данная работа посвящена установлению аналитических выражений для таких связей с целью расчета истинных температур фаз по регистрируемым показаниям термопары. Для определенности в дальнейшем будут рассматриваться двухфазные потоки горячего газа с каплями жидкости, встречающиеся в химической технологии при горении жидких топлив, охлаждении газов в системах скрубберного типа и т. д.

Пусть в некоторый момент времени  $\tau=0$  детектор достаточно малого размера вводится в поток горячего газа с температурой  $T_r$ , в котором летят капли жидкости, имеющие температуру  $T_x < T_r$ . Детектор, начиная с указанного момента, будет находиться в условиях попеременного охлаждения (при прохождении через него жидкой капли) и нагрева (когда он будет находиться в газе). Формально этот процесс можно рассматривать как последовательность циклов, каждый из которых состоит из охлаждения и нагрева. При этом конечные условия предшествующего цикла являются начальными для следующего, а внутри цикла — конечные условия первого этапа (для определенности — охлаждения) являются начальными для второго (нагрева). Все величины, относящиеся к нагреву, будем обозначать знаком плюс, к охлаждению — знаком минус,  $k$  — номер соответствующего этапа.

Для значений температур в конце каждого из этапов нагрева и охлаждения на  $k$ -м цикле имеют место соотношения

$$T_k^- = T_x + (T_{k-1}^+ - T_x)\theta_k^-, \quad (1)$$

$$T_k^+ = T_r - (T_r - T_k^-)\theta_k^+. \quad (2)$$

Эти выражения входят безразмерные величины  $\theta_k^+$  и  $\theta_k^-$ , определяющие изменение температуры  $T(\tau)$  тела (детектора) со временем

$$\theta = \frac{T(\tau) - T_{\text{среды}}}{T(0) - T_{\text{среды}}} = 1 - \frac{T(0) - T(\tau)}{T(0) - T_{\text{среды}}}. \quad (3)$$

В теории теплопроводности получены подробные выражения для этих величин при различной форме тел, находящихся в различных условиях нагрева или охлаждения (например [1, 2]). Они однозначно определяются критериями Био  $Bi$  и Фурье  $Fo$ , т. е. связаны лишь с простейшими теплофизическими характеристиками детектора, газа и жидкости и с соответствующими коэффициентами теплообмена и временами охлаждения  $\tau_k^-$  и нагрева  $\tau_k^+$ . Более того, применительно к рассматриваемой задаче в подавляющем большинстве случаев выражения для  $\theta_k^-$  и  $\theta_k^+$  имеют простейший экспоненциальный вид (критерии  $Bi$  и  $Fo$  определяются по эквивалентному диаметру детектора  $d_{до} = V_d/S_d$ )

$$\theta_k^- = \exp[-Bi_k^- Fo_k^-], \quad \theta_k^+ = \exp[-Bi_k^+ Fo_k^+],$$

или в указанных случаях

$$\theta_k^- \simeq \exp[-\tau_k^-/\tau_k^{*-}], \quad \theta_k^+ \simeq \exp[-\tau_k^+/\tau_k^{*+}], \quad (4)$$

где  $\tau_k^{*-}$  и  $\tau_k^{*+}$  — характерные времена охлаждения и нагрева для  $k$ -го цикла

$$\tau_k^{*-} = \rho_d c_{pд} V_d / (S_d \alpha_k^-), \quad \tau_k^{*+} = \rho_d c_{pд} V_d / (S_d \alpha_k^+). \quad (5)$$

Здесь  $\rho_d$ ,  $c_{pд}$ ,  $V_d$ ,  $S_d$  — плотность, теплоемкость, объем и площадь поверхности детектора;  $\alpha_k^-$ ,  $\alpha_k^+$  — коэффициенты теплообмена детектора с окружающей средой при обтекании его жидкой (охлаждение) или газовой (нагрев) фазами соответственно.

В качестве начального условия для соотношений (1), (2) зададим температуру детектора непосредственно перед началом этапа охлаждения на первом цикле  $T^0$ . В наших обозначениях ей будет соответствовать температура  $T_0^+$ , так как именно она является температурой в начале первого цикла (в соответствии с указанным выше согласованием начальных и конечных условий между циклами и этапами)

$$T_0^+ = T^0. \quad (6)$$

Величины  $T_k^+$  и  $T_k^-$  дают по определению максимальное и минимальное значение температуры, достигаемые (и регистрируемые детектором) на  $k$ -м цикле. Так как реальная температура на  $k$ -м цикле обязательно заключена между значениями  $T_k^+$  и  $T_k^-$  (и достигает их), то эти экстремальные значения являются наиболее удобными и надежными с точки зрения непосредственного наблюдения в эксперименте. В связи с этим поставленная задача сводится к установлению связи между наблюдаемыми величинами  $T_k^+$ ,  $T_k^-$  и характеризующими двухфазную среду значениями  $T_r$ ,  $T_x$ , т. е. к решению соотношений (1), (2) с начальными условиями (6).

После подстановки  $T_k^-$  из (1) в (2) получаем простое рекуррентное соотношение для  $T_k^+$

$$T_k^+ = A_k + B_k T_{k-1}^+ \quad (7)$$

с начальным условием (6). Здесь

$$A_k = T_r(1 - \theta_k^+) + T_x(1 - \theta_k^-)\theta_k^+, \quad (8)$$

$$B_k = \theta_k^- \theta_k^+. \quad (9)$$

Аналогичное соотношение для  $T_k^-$  имеет вид

$$T_k^- = A_k' + B_k T_{k-1}^-, \quad (10)$$

где

$$A_k' = T_x(1 - \theta_k^-) + T_r(1 - \theta_k^+)\theta_k^-. \quad (11)$$

Начальное условие

$$T_1^- = T_x + (T^0 - T_x)\theta_1^- \quad (12)$$

вытекает из (6) и (8). Ему эквивалентно

$$T_0^- = (T_1^- - A_1')/B_1 = [T^0 - T_r(1 - \theta_1^+)]/\theta_1^+ = T^0, \quad (12')$$

следующее из (10) и (12).

Последовательно применяя (7) для  $k=1, 2, 3, \dots, k$ , с учетом (6) получаем

$$T_k^+ = A_k + A_{k-1}B_k + A_{k-2}B_{k-1}B_k + \dots \quad (13)$$

$$\dots + A_2B_3B_4 \dots B_k + A_1B_2B_3 \dots B_k + T^0B_1B_2 \dots B_k.$$

Аналогичное выражение для  $T_k^-$  с заменой  $A_i$  на  $A_i'$  и  $T^0$  на  $T^{0'}$  получается из (10) и (12а).

Окончательное решение задачи состоит теперь в приведении полученных выражений к конечному виду. Наиболее легко это осуществляется в простейшем случае, когда значения  $\theta_k^+$  и  $\theta_k^-$  постоянны и не зависят от номера этапа  $k$ . Это имеет место, например, в случае постоянства  $\tau^+$  и  $\tau^-$  (монодисперсный поток капель с фиксированной частотой попадания на детектор), а также при достаточно слабой зависимости коэффициента теплоотдачи детектора  $\alpha$  от его температуры, что обычно выполняется при значениях  $T_x$  выше точки Лейденфроста. Это позволяет считать значения  $\tau^+$  и  $\tau^-$  также постоянными.

В этом случае для любых  $k$  справедливы тождества  $\theta_k^+ \equiv \theta^+$  и  $\theta_k^- \equiv \theta^-$ , и следовательно

$$A_k \equiv A = T_r(1-\theta^+) + T_x(1-\theta^-)\theta^+, \quad (14)$$

$$B_k \equiv B = \theta^-\theta^+. \quad (15)$$

Выражение (13) тогда представляет собой простую геометрическую прогрессию и позволяет получить

$$T_k^+ = A(1+B^k)/(1-B) + B^kT^0. \quad (16)$$

Если обозначить предельное значение  $T_k^+$  при  $k \rightarrow \infty$  через  $T_\infty^+$ , то после элементарных преобразований (16) с учетом (14), (15) имеем

$$T_k^+ = T_\infty^+ - (T_\infty^+ - T^0)(\theta^-)^k(\theta^+)^k, \quad (17)$$

где

$$T_\infty^+ = T_r - \frac{\theta^+(1-\theta^-)}{1-\theta^-\theta^+} (T_r - T_x) \equiv T_x + \frac{1-\theta^+}{1-\theta^-\theta^+} (T_r - T_x). \quad (18)$$

Аналогичные выражения получаются и для  $T_k^-$

$$T_k^- = T_\infty^- - (T_\infty^- - T^{0'}) (\theta^-)^k (\theta^+)^k, \quad (19)$$

$$T_\infty^- = T_r - \frac{1-\theta^-}{1-\theta^-\theta^+} (T_r - T_x) \equiv T_x + \frac{\theta^-(1-\theta^+)}{1-\theta^-\theta^+}. \quad (20)$$

Из (17) — (20) можно также получить выражения для амплитуды  $\Delta T_k$  изменения температуры детектора на  $k$ -м цикле и ее асимптотического значения  $\Delta T_\infty$

$$\Delta T_k \equiv T_k^+ - T_k^- = \Delta T_\infty - [\Delta T_\infty - (T^0 - T^{0'})] (\theta^-)^k (\theta^+)^k,$$

$$\Delta T_\infty = \frac{(1-\theta^-)(1-\theta^+)}{1-\theta^-\theta^+} (T_r - T_x). \quad (21)$$

Изменение температуры детектора носит осциллирующий характер с изменяющимися во времени экстремальными значениями  $T_k^+$  и  $T_k^-$ , каждое из которых асимптотически приближается к своему предельному значению  $T_\infty^+$  или  $T_\infty^-$  соответственно. Непосредственная связь всех полученных выражений со временем  $t$  осуществляется через номер цикла  $k$  на основе простого соотношения

$$k = [t/(\tau^- + \tau^+)]. \quad (22)$$

Полученные соотношения (17) – (22) являются решением задачи для рассматриваемого случая. В частности, для безразмерных (отнесенных к полной разности температур между фазами  $T_r - T_x$ ) отклонений регистрируемых детектором температур  $T_{\infty}^+$  и  $T_{\infty}^-$  от действительных значений температур фаз  $T_r$  и  $T_x$  имеем простые выражения, зависящие только от  $\theta^-$  и  $\theta^+$

$$\eta_r^- \equiv \frac{T_r - T_{\infty}^-}{T_r - T_x} = \frac{1 - \theta^-}{1 - \theta^- \theta^+}; \quad \eta_r^+ \equiv \frac{T_r - T_{\infty}^+}{T_r - T_x} = \frac{\theta^+ (1 - \theta^-)}{1 - \theta^- \theta^+},$$

$$\eta_x^- \equiv \frac{T_{\infty}^- - T_x}{T_r - T_x} = \frac{\theta^- (1 - \theta^+)}{1 - \theta^- \theta^+}; \quad \eta_x^+ \equiv \frac{T_{\infty}^+ - T_x}{T_r - T_x} = \frac{1 - \theta^+}{1 - \theta^- \theta^+}. \quad (23)$$

Эти выражения справедливы для установившегося состояния, так как относятся к величинам  $T_{\infty}^+$  и  $T_{\infty}^-$ . Динамика изменения этих значений

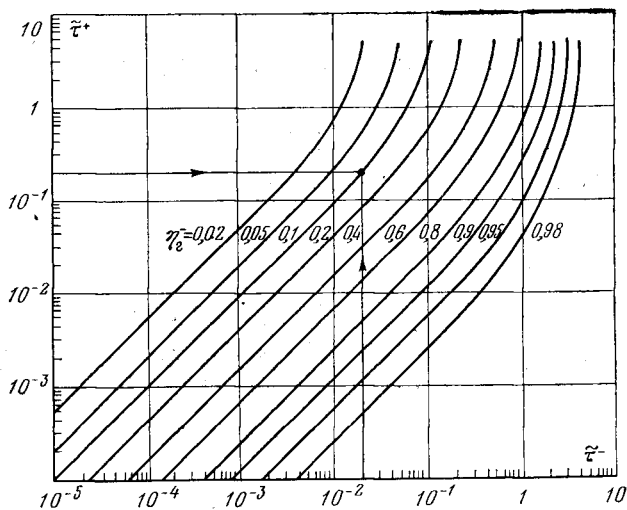


Рис. 1. Зависимость  $\eta_r^-$  от безразмерных времен охлаждения и нагрева

$T_k^+$  и  $T_k^-$  устанавливается из полученных соотношений (17), (19). Следует отметить, что оговоренное выше требование слабой зависимости коэффициентов теплообмена  $\alpha^+$  и  $\alpha^-$  от температуры детектора существенно лишь для определения динамики изменения температуры детектора. Для установившихся значений  $T_{\infty}^+$  и  $T_{\infty}^-$  это требование оказывается излишним, и значения  $\alpha^+$  и  $\alpha^-$  берутся при температурах детектора  $T_{\infty}^+$  или  $T_{\infty}^-$  соответственно.

В качестве иллюстрации на рис. 4 приведены кривые, позволяющие по безразмерным временам нагрева и охлаждения  $\tilde{\tau}^+ \equiv \tau^+/\tau^+$  и  $\tilde{\tau}^- \equiv \tau^-/\tau^-$  определить безразмерное отклонение  $\eta_r^-$  фиксируемой детектором температуры  $T_{\infty}^-$  от реальной температуры газа  $T_r$  (например, при  $\tilde{\tau}^+ = 0,2$  и  $\tilde{\tau}^- = 0,02$ :  $\eta_r^- \approx 0,4$ ).

Рассмотрев задачу для простейшего строго регулярного потока монодисперсного аэрозоля, перейдем теперь к получению соответствующих зависимостей для общего случая, когда на детектор падают капли разных размеров, а времена контакта детектора с жидкой и газовой фазами случайным образом меняются от цикла к циклу. Тогда величины  $\theta_k^+$  и  $\theta_k^-$  также оказываются случайными, а  $A_k$  и  $B_k$  в уравнениях (8), (9) являются функциями этих двух случайных величин. Учитывая, что и сама величина  $T_k^+$  из (13) становится случайной, имеет смысл рассматривать ее среднее значение за некоторое число циклов. Проще всего его получить для асимптотического значения  $T_k^+$  при  $k \rightarrow \infty$ . Действительно, в рас-

смаатриваемом общем случае величина  $T_k^+$  случайна и при  $k \rightarrow \infty$ , но, как мы сейчас покажем, ее среднее значение стремится к определенному пределу  $\bar{T}_\infty^+$ . Именно он и должен совпадать со средним из достаточного числа экспериментально наблюдаемых значений  $T_k^+$  (не обязательно следующих друг за другом). Строгое выражение для  $\bar{T}_\infty^+$  может быть получено на основании следующей формальной процедуры (прямое усреднение выражения (13) неправомерно, так как число членов в нем зависит от номера  $k$ ).

Рассмотрим  $n$  показаний  $T_k^+$  для  $k$ , превосходящих некоторое  $N$ , т. е. значения  $T_{k_1}^+, T_{k_2}^+, \dots, T_{k_n}^+$ , где все  $k_i > N$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ . Для каждого из этих значений имеют место ряды вида (15), которые в силу того, что  $A_i$  — ограничены ( $A_i < T_r + T_x$ ), а  $B_i < 1$ , мажорируются геометрической прогрессией и, следовательно, сходятся при  $k \rightarrow \infty$ . Поэтому для каждого  $T_{k_i}^+$  найдется такое  $N_i$ , что сумма всех его членов с номерами, большими  $N_i$ , будет меньше любого сколь угодно малого наперед заданного  $\epsilon/2 > 0$ . В качестве указанного ранее числа  $N$  возьмем теперь значение  $N = \max_{1 \leq i \leq n} \{N_i, N'\}$ , где  $N'$  будет определено позже. Рассмотрим среднее значение

$$\bar{T}^+ = 1/n \sum_{i=1}^n T_{k_i}^+. \quad (24)$$

Используя (13), его можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \bar{T}^+ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A_{k_i} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A_{k_i-1} B_{k_i} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A_{k_i-2} B_{k_i-1} B_{k_i} + \dots \\ &\dots + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A_{k_i-N} B_{k_i-(N-1)} B_{k_i-(N-2)} \dots B_{k_i-1} B_{k_i} + \Omega, \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} \Omega &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[ A_{k_i-(N+1)} B_{k_i-N} B_{k_i-(N-1)} \dots B_{k_i-1} B_{k_i} + \right. \\ &\left. + A_{k_i-(N+2)} B_{k_i-(N+1)} \dots B_{k_i-1} B_{k_i} + \dots + A_1 B_2 B_3 \dots B_{k_i} + T^0 B_1 B_2 \dots B_{k_i} \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

Выражение в квадратных скобках из (26) не превосходит  $\epsilon/2$ , следовательно, и  $\Omega < \epsilon/2$ .

Зависимость (25) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \bar{T}^+ &= \langle A_{k_i} \rangle_i + \langle A_{k_i-1} B_{k_i} \rangle_i + \langle A_{k_i-2} B_{k_i-1} B_{k_i} \rangle_i + \dots \\ &\dots + \langle A_{k_i-N} B_{k_i-(N-1)} B_{k_i-(N-2)} \dots B_{k_i-1} B_{k_i} \rangle_i + \Omega. \end{aligned} \quad (27)$$

Внутри каждой из усредняющих скобок в (27) стоит произведение случайных величин, индексы которых различны; следовательно, все они относятся к различным циклам. Будем полагать, что рассматриваемый процесс носит марковский характер в смысле независимости значений  $\theta^+$  и  $\theta^-$  (или  $\tau^+$  и  $\tau^-$ ) для одного цикла от соответствующих значений для другого. Тогда величины  $A_k$  и  $B_k$ , каждая из которых является некоторой комбинацией  $\theta_k^+$  и  $\theta_k^-$  с тем же значением индекса  $k$ , являются случайными величинами, независимыми от таких же величин, снабженных другими индексами. В связи с этим средние значения произведений из (27)

распадаются на соответствующие произведения средних:

$$\begin{aligned} \bar{T}^+ = & \langle A_{k_i} \rangle_i + \langle A_{k_{i-1}} \rangle_i \langle B_{k_i} \rangle_i + \langle A_{k_{i-2}} \rangle_i \langle B_{k_{i-1}} \rangle_i \langle B_{k_i} \rangle_i + \dots \\ & \dots + \langle A_{k_{i-N}} \rangle_i \langle B_{k_{i-(N-1)}} \rangle_i \dots \langle B_{k_{i-1}} \rangle_i \langle B_{k_i} \rangle_i + \Omega. \end{aligned} \quad (28)$$

Очевидно, что в силу случайности  $A_k$  и  $B_k$  для любого  $l \leq N$

$$\begin{aligned} \langle A_{k_{i-l}} \rangle_i = \langle A_{k_i} \rangle_i = T_r (1 - \langle \theta^+ \rangle) + T_x (\langle \theta^+ \rangle - \langle \theta - \theta^+ \rangle) \equiv \bar{A}, \\ \langle B_{k_{i-l}} \rangle_i = \langle B_{k_i} \rangle_i = \langle \theta - \theta^+ \rangle \equiv \bar{B}, \end{aligned} \quad (29)$$

где введены обозначения  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\langle \theta^+ \rangle$ ,  $\langle \theta^- \rangle$ ,  $\langle \theta - \theta^+ \rangle$  для соответствующих

средних значений. Тогда  $\bar{T}^+ = A(1 + \bar{B} + \bar{B}^2 + \dots + \bar{B}^N) + \Omega = \bar{A} \sum_{i=0}^{\infty} \bar{B}^i + \Omega -$

$-\bar{A} \sum_{i=N+1}^{\infty} \bar{B}^i$ . Если в качестве упомянутого ранее  $N'$  выбрать такое, что

$\sum_{i=N'}^{\infty} \bar{B}^i < \varepsilon / (2\bar{A})$ , то, по определению  $N$ , выражение  $\bar{A} \sum_{i=N+1}^{\infty} \bar{B}^i < \varepsilon / 2$ , и, сле-

довательно, (так как и  $\Omega < \varepsilon / 2$ ),

$$\bar{T}^+ = \bar{A} \sum_{i=0}^{\infty} \bar{B}^i + \Omega',$$

где  $\Omega' < \varepsilon$ . Отсюда в силу произвольности  $\varepsilon$  получаем, что спустя достаточное время среднее значение  $T^+$  будет сколь угодно близко приближаться к  $\bar{T}_{\infty}^+ = \bar{A} / (1 - \bar{B})$ .

Из проведенного рассмотрения следует окончательное выражение

$$\bar{T}_{\infty}^+ = T_r - \frac{\langle \theta^+ \rangle - \langle \theta - \theta^+ \rangle}{1 - \langle \theta - \theta^+ \rangle} (T_r - T_x) = T_x + \frac{1 - \langle \theta^+ \rangle}{1 - \langle \theta - \theta^+ \rangle} (T_r - T_x). \quad (30)$$

Аналогично, исходя из рекуррентного соотношения для  $T_k^-$ , можно получить выражение для  $\bar{T}_{\infty}^-$

$$\bar{T}_{\infty}^- = T_r - \frac{1 - \langle \theta^- \rangle}{1 - \langle \theta - \theta^+ \rangle} (T_r - T_x) = T_x + \frac{\langle \theta^- \rangle - \langle \theta - \theta^+ \rangle}{1 - \langle \theta - \theta^+ \rangle} (T_r - T_x). \quad (31)$$

Выражения (30), (31) являются обобщением (18), (20) на общий случай и могут быть переписаны аналогично (23) в терминах безразмерных отклонений показаний детектора  $\bar{T}_{\infty}^+$  и  $\bar{T}_{\infty}^-$  от действительных температур фаз  $T_r$  и  $T_x$

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_r^- \equiv \frac{T_r - \bar{T}_{\infty}^-}{T_r - T_x} &= \frac{1 - \langle \theta^- \rangle}{1 - \langle \theta - \theta^+ \rangle}, & \bar{\eta}_r^+ \equiv \frac{T_r - \bar{T}_{\infty}^+}{T_r - T_x} &= \frac{\langle \theta^+ \rangle - \langle \theta - \theta^+ \rangle}{1 - \langle \theta - \theta^+ \rangle} \\ \bar{\eta}_x^- \equiv \frac{\bar{T}_{\infty}^- - T_x}{T_r - T_x} &= \frac{\langle \theta^- \rangle - \langle \theta - \theta^+ \rangle}{1 - \langle \theta - \theta^+ \rangle}, & \bar{\eta}_x^+ \equiv \frac{\bar{T}_{\infty}^+ - T_x}{T_r - T_x} &= \frac{1 - \langle \theta^+ \rangle}{1 - \langle \theta - \theta^+ \rangle} \end{aligned} \quad (32)$$

Что касается зависимостей изменения показаний детектора от времени, то если ввести в качестве значений  $\bar{T}_k^+$  и  $\bar{T}_k^-$  соответствующие средние значения по нескольким соседним циклам, можно получить соотношения, обобщающие (17), (19)

$$\bar{T}_k^+ = \bar{T}_{\infty}^+ - (\bar{T}_{\infty}^+ - T^0) \langle \theta - \theta^+ \rangle^k; \quad \bar{T}_k^- = \bar{T}_{\infty}^- - (\bar{T}_{\infty}^- - T^{0'}) \langle \theta - \theta^+ \rangle^k, \quad (33)$$

для которых связь  $k$  с  $\tau$  определяется как

$$k = \tau / \langle \tau^+ + \tau^- \rangle. \quad (34)$$

Из соотношений (33), (34) определяется время, необходимое для того, чтобы показания детектора давали в качестве средних значений  $\bar{T}_{\infty}^{+}$  и  $\bar{T}_{\infty}^{-}$ .

Полученные соотношения (30)–(34) полностью решают поставленную задачу для произвольно распределенных значений  $\theta^{+}$  и  $\theta^{-}$ . Если считать (как это и бывает в большинстве прикладных задач), что  $\theta^{+}$  и  $\theta^{-}$  — независимые случайные величины (т. е. характер нагрева не зависит от характера предшествующего охлаждения), то полученные выражения принимают более простой вид. В этом случае  $\langle\theta^{-}\theta^{+}\rangle=\langle\theta^{-}\rangle\langle\theta^{+}\rangle$ ,

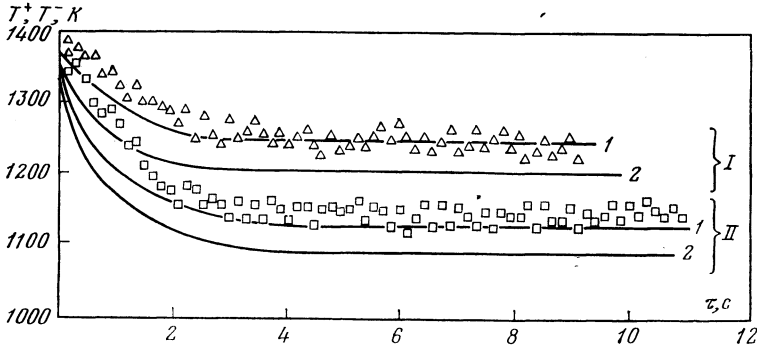


Рис. 2. Изменение температуры термопары в потоке горячего газа при регулярном орошении каплями ( $T_{\tau}=1470$  К; диаметр спая — 1 мм; диаметр капель 4,5 мм): I — частота орошения 2 Гц, II — 5 Гц; 1 —  $T_{\infty}^{+}$ , 2 —  $T_{\infty}^{-}$

и все результаты приводятся к виду, формально совпадающему с решениями (17)–(22) для регулярного потока, где в качестве всех входящих туда случайных величин понимаются их средние значения.

Когда выражения для  $\theta$  имеют экспоненциальный вид (4) и известна функция распределения  $f(\tilde{\tau})$  безразмерных времен  $\tilde{\tau}=\tau/\tau^*$ , величина  $\langle\theta\rangle$  может быть интерпретирована как лапласовский образ соответствующей функции распределения. Действительно, по определению

$$\langle\theta\rangle=\int_0^{\infty}\theta\varphi(\theta)d\theta, \quad (35)$$

где  $\varphi(\theta)$  — плотность распределения для  $\theta$ . Если выполняется (4) и задана  $f(\tau/\tau^*)=f(\tilde{\tau})=\varphi(\theta(\tau))d\theta/d\tau$ , (причем  $f(\tilde{\tau})$  и  $\varphi(\theta)$  нормированы на 1), то

$$\langle\theta\rangle=\int_0^{\infty}\theta(\tilde{\tau})\varphi(\theta(\tilde{\tau}))\frac{d\theta}{d\tilde{\tau}}d\tilde{\tau}=\int_0^{\infty}e^{-\tilde{\tau}}f(\tilde{\tau})d\tilde{\tau}. \quad (36)$$

Следовательно, средние значения  $\langle\theta^{+}\rangle$  и  $\langle\theta^{-}\rangle$  в рассматриваемом случае являются простейшими лапласовскими образами с параметром, равным единице, соответствующих плотностей распределения для  $\tilde{\tau}^{+}$  и  $\tilde{\tau}^{-}$ . Таким образом, измеряемая детектором температура связана с действительными температурами фаз соотношениями, зависящими лишь от распределения безразмерных времен пребывания детектора в каждой из фаз. В простейшем частном случае постоянства значений  $\tau^{+}$  и  $\tau^{-}$  для функций  $f(\tilde{\tau}^{+})$  и  $f(\tilde{\tau}^{-})$  имеем

$$f(\tilde{\tau}^{+})=\delta(\tilde{\tau}-\tilde{\tau}^{+}), \quad f(\tilde{\tau}^{-})=\delta(\tilde{\tau}-\tilde{\tau}^{-}),$$

и по определению  $\delta$ -функции Дирака приходим к уже полученным ранее для этого случая выражениям (23).

Для подтверждения возможности определения предлагаемым методом температур фаз в потоке горячего газа, несущего капли воды, проведены специальные опыты на установке, состоящей из термопары, закрепленной



в держателе, газовой горелки, капельницы и измерительных приборов (цифрового вольтметра В7-16 и электроннолучевого осциллографа С1-15/4).

В опытах использовались хромель-алюмелевые термопары с диаметром электродов 0,15 мм (спай — 0,5 мм) и 0,5 мм (спай — 1 и 1,8 мм). Пропаново-воздушная горелка располагалась горизонтально, диаметр газовой струи в месте установки термопары составлял 10 мм, скорость газа — 11 м/с.

Капельница со сменными наконечниками (диаметр каплеь 2 и 4 мм) укреплялась над термопарой на штативе. Скорость падения каплеь (1–2 м/с) регулировалась высотой капельницы, частота каплеь  $n$  — расходным краном ( $n=2, 5, 10$  Гц). Достаточно большая свободная поверхность воды ( $\sim 50$  см<sup>2</sup>) гарантировала постоянство характеристик капельницы в течение опыта. Частота падения каплеь устанавливалась по секундомеру и объемному расходу. Размер каплеь для каждого насадка определялся с точностью до 5% и практически не зависел от частоты.

Опыты проводились в регулярном режиме с каплями постоянного размера. Типичные результаты экспериментов представлены на рис. 2 в виде зависимости измеренных значений температуры от времени. Полученные данные укладываются

в единую полосу, соответствующую заданной частоте контакта каплеь с термопарой и стабилизирующуюся по ширине (амплитуде) колебаний температуры через несколько секунд. Здесь же приведены величины  $T_{\infty}^+$  и  $T_{\infty}^-$ , рассчитанные на основании предлагаемой методики. Они лежат несколько ниже экспериментальных. Это расхождение может объясняться неточностью измерения исходной температуры горячего газа и погрешностью определения коэффициента теплоотдачи от термопары к газу и воде (относительные погрешности  $\eta_{\infty}$  и  $\alpha$  имеют один порядок). Значительно лучше согласуются расчетные и экспериментальные значения амплитуды изменений температуры термопары  $T_{\infty}^+ - T_{\infty}^-$ , менее чувствительные к исходной температуре. На рис. 3 представлено сопоставление расчетных и экспериментальных значений стабилизированной температуры для термопар разных размеров при разной частоте попадания каплеь на термопару, расхождение не превышает 5%.

Институт высоких температур  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
15 VIII 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Лыков. Теория теплопроводности. «Высшая школа», 1967.
2. С. С. Кутателадзе. Теория теплообмена. «Наука», 1970.

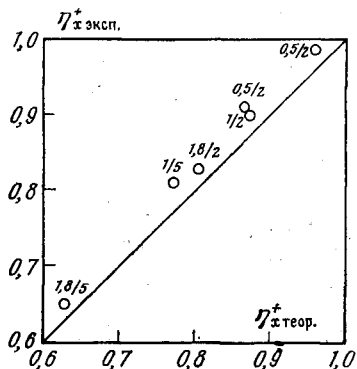


Рис. 3. Сравнение расчетных и экспериментальных значений стабилизированной температуры термопары. (В числителе дроби — диаметр спаев термопары, мм, в знаменателе — частота орошения, Гц)