

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Н. Б. Ильинский, В. М. Фомин, Е. Г. Шешуков,  
О нелинейных законах фильтрации специального ви-  
да и решении краевых задач,  
*Тр. сем. по краев. задачам*, 1972, выпуск 9, 92–102

<https://www.mathnet.ru/kukz446>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.86

13 мая 2025 г., 17:04:33



Н. Б. ИЛЬИНСКИЙ, В. М. ФОМИН, Е. Г. ШЕШУКОВ

### О НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАКОНАХ ФИЛЬТРАЦИИ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА И РЕШЕНИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

Для произвольного закона фильтрации, записанного С. А. Христиановичем [1],

$$\text{grad } h = -f(v) \frac{\bar{v}}{v}, \quad (1)$$

уравнения плоского установившегося движения грунтовых вод могут быть представлены в виде (см., напр., [2])

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = \frac{1}{k} \frac{\partial \psi}{\partial s}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial s} = -\frac{1}{k} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad (2)$$

где  $\varphi = -\kappa_0 h$  ( $h$  — пьезометрический напор,  $\kappa_0$  — какое-либо постоянное значение  $\kappa$ ),  $\psi$  — функция тока,  $k(s) = \kappa/\kappa_0$ ,  $\theta$  — угол наклона вектора скорости фильтрации  $\bar{v}$  к оси  $x$ ,

$$ds = \sqrt{\frac{f'(v)}{vf(v)}} dv, \quad \kappa = \frac{v}{f(v)} \sqrt{\frac{vf'(v)}{f(v)}}. \quad (3)$$

Переход к физической плоскости  $z = x + iy$  можно осуществить по формуле

$$dz = \frac{e^{i\theta}}{v} \left[ \frac{v d\varphi}{\kappa_0 f(v(s))} + i d\psi \right], \quad (4)$$

зная решение линейной системы (2).

В настоящей работе находятся некоторые нелинейные законы фильтрации специального вида, при которых система уравнений (2) преобразуется к уравнениям Коши — Римана, что, как известно, позволяет строить решение ряда задач фильтрации с использованием методов теории функций комплексного переменного. В качестве примера решена задача фильтрации под подземным контуром постоянной скорости и исследовано влияние нелинейности на форму отыскиваемого контура.

## 1. Получение некоторых нелинейных законов фильтрации специального вида

Аналогично тому, как это делается в задачах газовой динамики (см., напр., [3]), будем выбирать функцию  $k(s)$  так, чтобы система (2) сводилась к уравнениям Коши — Римана, а затем находить соответствующие законы фильтрации. Начало этим исследованиям положено в работе [4].

Пусть  $k=1$  (это соответствует известной аппроксимации Чаплыгина в уравнениях газовой динамики). Тогда  $w(\chi) = \varphi(\theta, s) + i\psi(\theta, s)$  будет аналитической функцией переменного  $\chi = \theta + is$ , а законы фильтрации примут вид:

$$f(v) = \frac{v}{z_0} \left(1 + \frac{v^2}{m^2}\right)^{-1/2}, \quad (0 \leq v < \infty), \quad (5)$$

$$f(v) = \frac{v}{z_0} \left(1 - \frac{v^2}{m^2}\right)^{-1/2} \quad (0 \leq v < m). \quad (6)$$

Соответствующие этим законам графики приведены на рис. 1, где  $\bar{f} = \frac{z_0}{m} f$ ,  $\bar{v} = \frac{v}{m}$ . Заметим, что закон фильтрации (6) был впервые рассмотрен В. В. Соколовским [5]. При  $m = \infty$  получаем известный линейный закон фильтрации Дарси.

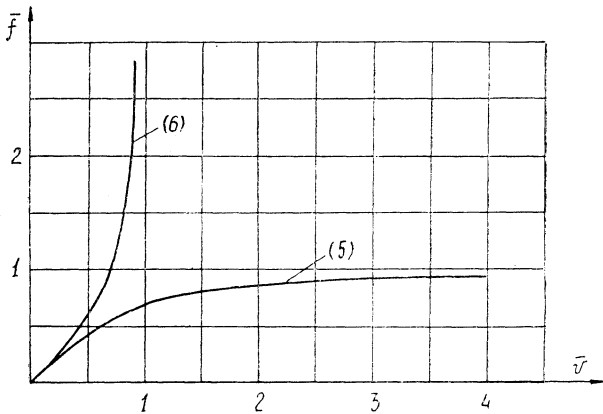


Рис. 1

Примем

$$k = [A(s - s_0)]^{-2}, \quad (7)$$

где  $A$  и  $s_0$  — произвольные постоянные. (В газовой динамике эта замена известна под названием аппроксимации Зауэра.) Тогда аналитической будет функция  $W(\chi) = \Phi(\theta, s) + i\Psi(\theta, s)$ , где  $\Psi = \Psi_0 + k^{-1/2} \psi$  ( $\Psi_0$  — постоянная), а  $\varphi$  связана с  $\Phi$  и  $\Psi$  формулой

$$d\varphi = A(s - s_0) d\Phi - A(\Psi - \Psi_0) d\theta.$$

В этом нетрудно убедиться, переписав систему (2) в виде

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( k \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial s} \left( k \frac{\partial \varphi}{\partial s} \right) = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{k} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{1}{k} \frac{\partial \psi}{\partial s} \right) = 0. \quad (9)$$

Если выбрать

$$k = [A(s - s_0)]^2 \quad (10)$$

и ввести  $\Phi = \Phi_0 + k^{1/2} \varphi$  ( $\Phi_0$  — постоянная), то  $W = \Phi + i\Psi$  снова будет аналитической функцией, причем

$$d\psi = A(s - s_0) d\Psi + A(\Phi - \Phi_0) d\theta.$$

Законы фильтрации, соответствующие случаям (7) и (10), будем искать в параметрической форме:  $f = f(s)$ ,  $v = v(s)$ . Для этого соотношения (3) запишем в виде

$$\frac{1}{k} q + \frac{dp}{ds} = 0, \quad p + \frac{1}{k} \frac{dq}{ds} = 0,$$

где  $p = 1/v$ ,  $q = 1/f$ ,  $\kappa_0 = 1$ . Для случаев (7) и (10) эти уравнения соответственно будут:

$$A^2(s - s_0)^2 q + \frac{dp}{ds} = 0, \quad p + A^2(s - s_0)^2 \frac{dq}{ds} = 0, \quad (11)$$

$$q + A^2(s - s_0)^2 \frac{dp}{ds} = 0, \quad A^2(s - s_0)^2 p + \frac{dq}{ds} = 0. \quad (12)$$

Остановимся на получении законов фильтрации из системы (12). Заметим, что законы фильтрации, соответствующие системе (11), находятся из (12), если функции  $p$  и  $q$  поменять местами, т. е. заменить  $f$  на  $v$  и наоборот.

Решением системы (12) служат функции (не уменьшая общности, приняли  $s_0 = 0$ ):

$$v = s(Ce^{-s} + De^s)^{-1}, \quad (13)$$

$$f = A^{-2}[C(s + 1)e^{-s} - D(s - 1)e^s]^{-1}, \quad (14)$$

где  $C$  и  $D$  — произвольные постоянные.

Пусть  $C = 0$ . Тогда, как видно из (13) и (14), имеет место закон фильтрации

$$\bar{v} = se^{-s}, \quad \bar{f} = (1 - s)^{-1}e^{-s} \quad (0 \leq s < 1),$$

где  $\bar{v} = vD$ ,  $\bar{f} = fA^2D$ . График этого закона приведен на рис. 2 ( $C = 0$ ).

Для нахождения законов фильтрации в случае, когда  $C \neq 0$ , нужно по отдельности исследовать функции (13) и (14), выделяя однозначные (соответствующие физическому смыслу задачи) ветви  $f(v)$ .

Например, при  $B > 0$ , где  $B = D/C$ , характерный вид этих функций ( $Cv(s)$  — штриховая линия,  $Cf(s)$  — сплошная) показан на рис. 3. Видно, что  $f(v)$  имеет четыре однозначных ветви, соответствующие изменениям параметра  $s$  в интервалах:  $(-\infty, \lambda_1)$ ,  $(\lambda_1, 0)$ ,  $(0, \lambda_2)$  и  $(\lambda_2, \infty)$  где  $\lambda_1 < 0$  и  $\lambda_2 > 0$  — корни уравнения

$$1 + s + B(1 - s)e^{2s} = 0. \quad (15)$$

Однако среди этих ветвей физическому смыслу задачи отвечают лишь первая и третья, так как функции  $Cv(s)$  и  $Cf(s)$  должны быть одновременно либо положительными, либо отрицательными.

Чтобы построить эти законы, перепишем (13) и (14) в виде

$$\bar{v} = \pm e^s (1 + Be^{2s})^{-1}, \quad (16)$$

$$\bar{f} = \pm e^s [1 + s + B(1 - s)e^{2s}]^{-1}, \quad (17)$$

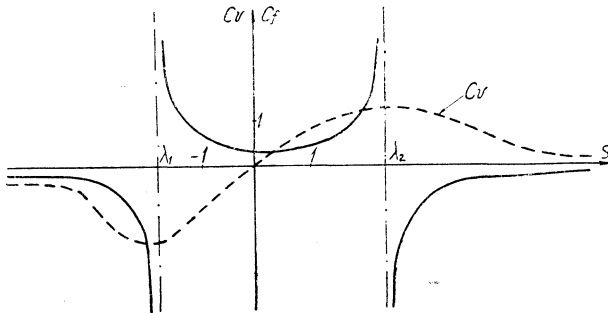


Рис. 3

где  $\bar{v} = v|C|$ ,  $\bar{f} = fA^2|C|$ , причем знак плюс берется при  $C > 0$ , знак минус — при  $C < 0$ . Тогда при  $-\infty < s < \lambda_1$  график закона  $\bar{f}(\bar{v})$  для  $B = 1$  и  $B = 10$  изображен на рис. 2, а при  $0 < s < \lambda_2$  и тех же значениях  $B$  — на рис. 4.

Аналогичным образом находятся законы фильтрации для других значений  $B$ .

При  $-1 < B < 0$  одна ветвь  $\bar{f}(\bar{v})$  строится для  $-\infty < s < \lambda_3$ , а другая — для  $0 < s < \lambda_0$ , где  $\lambda_3$  ( $-1 < \lambda_3 < 0$ ) — корень уравнения (15),  $\lambda_0 = -0,5 \ln(-B)$ . Соответствующие этим интервалам законы построены на рис. 4 для  $B = -0,5$  и на рис. 5 для  $B = -0,1$  и  $B = -0,01$ .

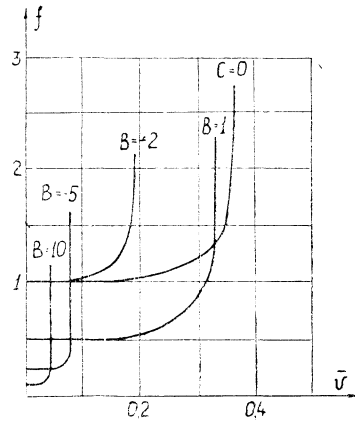


Рис. 2

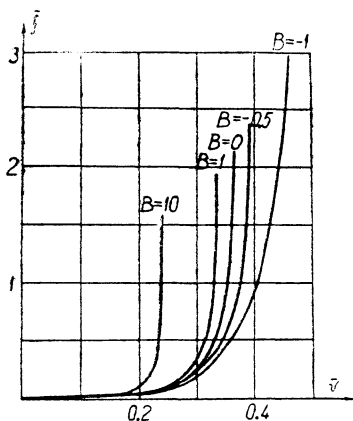


Рис. 4

При  $B < -1$  одна ветвь  $\bar{f}(\bar{v})$  строится для  $-\infty < s < \lambda_0$ , а другая — для  $0 < s < \lambda_4$ , где  $\lambda_4 (0 < \lambda_4 < 1)$  — корень уравнения (15). Соответствующие законы изображены на рис. 6 для четырех значений  $B$  и на рис. 2 для  $B = -2$  и  $B = -5$ .

Кроме этого, на рис. 4 показан закон  $\bar{f}(\bar{v})$  при  $B = -1$  ( $-\infty < s < 0$ ) и при  $B = 0$  ( $-\infty < s < -1$ ), а на рис. 5 — закон  $\bar{f}(\bar{v})$  при  $B = 0$  ( $0 < s < \infty$ ).

Полученные законы фильтрации специального вида могут быть использованы для аппроксимации целого ряда нелинейных законов фильтрации, найденных из экспери-

мента, с целью решения практических задач.

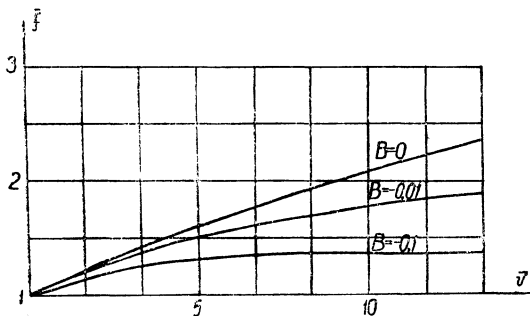


Рис. 5

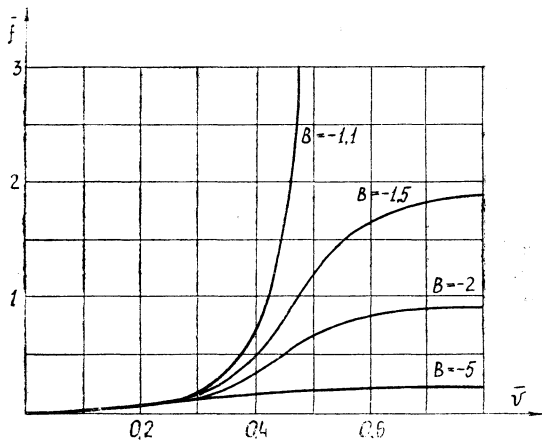


Рис. 6

## 2. Фильтрационный расчет подземного контура постоянной скорости

Задача фильтрационного расчета указанного в заголовке контура заключается в построении этого контура по заданной на нем величине скорости фильтрации и в определении параметров фильтрационного потока. При линейном законе фильтрации для случая водоупора эта задача была решена в работе [6], а для случая дренирующего основания — в работе [7]. Ниже исследуется второй случай при нелинейном законе фильтрации специального вида:

$$f = \begin{cases} \frac{v}{x_1} \left(1 \pm \frac{v^2}{m^2}\right)^{-1/2} & (0 \leq v \leq v_*) \\ \frac{v}{x_2} & (v_* \leq v < \infty), \end{cases} \quad (18)$$

где  $m$ ,  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $v_*$  — заданные положительные постоянные, связанные соотношением  $x_1(m^2 \pm v_*^2)^{1/2} = mx_2$ .

Обозначим через  $2H$  напор, действующий на гидросооружение. Пусть на границе дренирующего основания напор равен  $H$ . Тогда, в силу симметрии, будем рассматривать лишь правую половину области фильтрации (рис. 7).

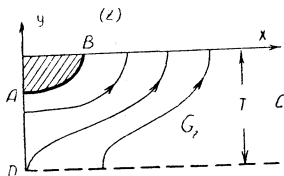


Рис. 7

Пусть на подземном контуре  $v = v_0$ ,  $s = 0$ . Тогда соотношения (3) примут вид:

$$s = \begin{cases} \frac{1}{2} \ln \frac{v_*^2 r_1(v) r_2(v_*)}{v_0^2 r_2(v) r_1(v_*)} & \text{при } v \leq v_*, \\ \ln \frac{v}{v_0} & \text{при } v \geq v_*. \end{cases} \quad (19)$$

$$z = \begin{cases} x_1 & \text{при } s < s_*, \\ x_2 & \text{при } s_* < s \leq 0, \end{cases} \quad (20)$$

если  $v_0 \geq v_*$ ;

$$s = \frac{1}{2} \ln \frac{r_1(v) r_2(v_0)}{r_2(v) r_1(v_0)} \quad \text{при } v \leq v_0, \quad (21)$$

$$z = x_1 \quad \text{при } s \leq 0, \quad (22)$$

если  $v_0 \leq v_*$ . В этих формулах  $r_1(v) = \sqrt{m^2 \pm v^2} - m$ ,

$$r_2(v) = \sqrt{m^2 \pm v^2} + m, \quad s_* = s(v_*).$$

Области фильтрации  $G_2$  в плоскости  $\lambda = \theta + is$  соответствует полуполоса  $G_\lambda$  (рис. 8). Так как скорость фильтрации в бесконечно удаленной точке  $C$  есть  $v_C = f^{-1}(H/T)$ , где

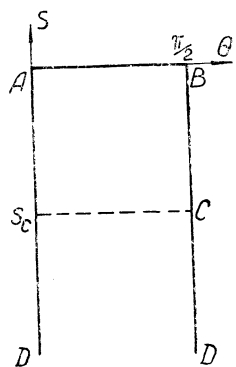


Рис. 8

$f^{-1}(|\text{grad } h|)$  — функция, обратная к  $f(v)$ , то параметр  $s_c = s(v_c)$  находится из (19) или (21).

В уравнениях (2) функция  $\varphi = -\alpha_1 h$  при  $s < s_*$  и  $\varphi = -\alpha_2 h$  при  $s_* < s \leq 0$ , а параметр  $k = 1$ .

Таким образом, задача свелась к построению аналитической в области  $G_\chi$  функции  $w(\chi) = \varphi(\theta, s) + i\psi(\theta, s)$ , удовлетворяющей на линии  $s = s_*$  условиям сопряжения

$$\alpha_1 \varphi^+ = \alpha_2 \varphi^-, \quad \frac{\partial \varphi^+}{\partial s} = \frac{\partial \varphi^-}{\partial s}, \quad (23)$$

если  $v_0 > v_*$  (при  $v_0 \leq v_*$  этих условий не будет вообще), и следующим граничным условиям:

1°. В случае  $s_c < s_* < 0$  имеем:

$$\begin{aligned} \varphi &= -\alpha_2 H & (\theta = 0, \quad s_* < s \leq 0), \\ \varphi &= 0 & (\theta = \pi/2, \quad s_c < s \leq 0), \\ \varphi &= -\alpha_1 H & (\theta = 0, \quad -\infty < s < s_*), \\ \varphi &= -\alpha_1 H & (\theta = \pi/2, \quad -\infty < s < s_c), \\ \frac{\partial \varphi}{\partial s} &= 0 & (0 \leq \theta \leq \pi/2, \quad s = 0). \end{aligned}$$

2°. В случае  $s_* = s_c$ :

$$\begin{aligned} \varphi &= -\alpha_2 H & (\theta = 0, \quad s_c < s \leq 0), \\ \varphi &= 0 & (\theta = \pi/2, \quad s_c < s \leq 0), \\ \varphi &= -\alpha_1 H & (\theta = 0, \quad -\infty < s < s_c), \\ \varphi &= -\alpha_1 H & (\theta = \pi/2, \quad -\infty < s < s_c), \\ \frac{\partial \varphi}{\partial s} &= 0 & (0 \leq \theta \leq \pi/2, \quad s = 0). \end{aligned}$$

3°. В случае  $s_* < s_c$ :

$$\begin{aligned} \varphi &= -\alpha_2 H & (\theta = 0, \quad s_* < s \leq 0), \\ \varphi &= 0 & (\theta = \pi/2, \quad s_c < s \leq 0), \\ \varphi &= -\alpha_2 H & (\theta = \pi/2, \quad s_* < s < s_c), \\ \varphi &= -\alpha_1 H & (\theta = 0, \quad -\infty < s < s_*), \\ \varphi &= -\alpha_1 H & (\theta = \pi/2, \quad -\infty < s < s_*), \\ \frac{\partial \varphi}{\partial s} &= 0 & (0 \leq \theta \leq \pi/2, \quad s = 0). \end{aligned}$$

4°. В случае  $s_* \geq 0$  (т. е.  $v_0 \leq v_*$ ):

$$\varphi = -\alpha_1 H \quad (\theta = 0, \quad -\infty < s \leq 0),$$



$$\begin{aligned}\varphi &= -\alpha_1 H & (\theta = \pi/2, \quad -\infty < s < s_C), \\ \varphi &= 0 & (\theta = \pi/2, \quad s_C < s \leq 0), \\ \frac{\partial \varphi}{\partial s} &= 0 & (0 \leq \theta \leq \pi/2, \quad s = 0).\end{aligned}$$

Разобьем область  $G_\lambda$  линиями  $s = s_*$  и  $s = s_C$  на подобласти, в каждой из которых функцию  $\bar{\varphi} = \frac{1}{H} \varphi(\theta, s)$  будем искать в виде:

Для случая 1°

$$\bar{\varphi} = -\alpha_1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{2ns} \sin 2n\theta, \quad -\infty < s < s_C,$$

$$\bar{\varphi} = -\alpha_1 + \frac{2\alpha_1}{\pi} \theta + \sum_{n=1}^{\infty} (B_n e^{2ns} + C_n e^{-2ns}) \sin 2n\theta, \quad s_C < s < s_*,$$

$$\bar{\varphi} = -\alpha_2 + \frac{2\alpha_2}{\pi} \theta + \sum_{n=1}^{\infty} (D_n e^{2ns} + E_n e^{-2ns}) \sin 2n\theta, \quad s_* < s \leq 0.$$

Для случая 2°.

$$\bar{\varphi} = -\alpha_1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{2ns} \sin 2n\theta, \quad -\infty < s < s_C,$$

$$\bar{\varphi} = -\alpha_2 + \frac{2\alpha_2}{\pi} \theta + \sum_{n=1}^{\infty} (B_n e^{2ns} + C_n e^{-2ns}) \sin 2n\theta, \quad s_C < s \leq 0.$$

Для случая 3°

$$\bar{\varphi} = -\alpha_1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{2ns} \sin 2n\theta, \quad -\infty < s < s_*,$$

$$\bar{\varphi} = -\alpha_2 + \sum_{n=1}^{\infty} (B_n e^{2ns} + C_n e^{-2ns}) \sin 2n\theta, \quad s_* < s < s_C,$$

$$\bar{\varphi} = -\alpha_2 + \frac{2\alpha_2}{\pi} \theta + \sum_{n=1}^{\infty} (D_n e^{2ns} + E_n e^{-2ns}) \sin 2n\theta, \quad s_C < s \leq 0.$$

Для случая 4°

$$\bar{\varphi} = -\alpha_1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{2ns} \sin 2n\theta, \quad -\infty < s < s_C,$$

$$\bar{\varphi} = -\alpha_1 + \frac{2\alpha_1}{\pi} \theta + \sum_{n=1}^{\infty} (B_n e^{2ns} + C_n e^{-2ns}) \sin 2n\theta, \quad s_C < s \leq 0.$$

Неизвестные постоянные  $A_n, B_n, C_n, D_n, E_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) определяются из граничного условия на линии  $s = 0$ , из условий сопряжения на линии  $s = s_*$  и, кроме того, в случаях  $1^\circ, 3^\circ, 4^\circ$  из условий аналитического продолжения  $\varphi^+ = \varphi^-$ ,  $\frac{\partial \varphi^+}{\partial s} = \frac{\partial \varphi^-}{\partial s}$  на линии  $s = s_c$ .

Остановимся подробнее на случае  $2^\circ$ . Для нахождения неизвестных постоянных получаем систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} (x_2 A_n - x_1 B_n) e^{2ns_*} - x_1 C_n e^{-2ns_*} &= \frac{2x_1 x_2 (-1)^{n+1}}{\pi n}, \\ (A_n - B_n) e^{2ns_*} + C_n e^{-2ns_*} &= 0, \\ B_n - C_n &= 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{2x_1 x_2 (-1)^{n+1} \operatorname{sh} 2ns_*}{\pi n e^{2ns_*} (x_2 \operatorname{sh} 2ns_* - x_1 \operatorname{ch} 2ns_*)}, \\ B_n = C_n &= \frac{x_1 x_2 (-1)^{n+1}}{\pi n (x_2 \operatorname{sh} 2ns_* - x_1 \operatorname{ch} 2ns_*)}. \end{aligned}$$

Используя формулу перехода к физической области (4), найдем параметрические уравнения подземного контура

$$\frac{x}{H} = \frac{2}{f(v_0)} \left\{ \frac{\sin \theta}{\pi} + \frac{1}{x_2} \sum_{n=1}^{\infty} n B_n \left[ \frac{\sin (2n-1)\theta}{2n-1} + \frac{\sin (2n+1)\theta}{2n+1} \right] \right\} + x_0, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{y}{H} &= -\frac{2}{f(v_0)} \left\{ \frac{\cos \theta}{\pi} + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{x_2} \sum_{n=1}^{\infty} n B_n \left[ \frac{\cos (2n+1)\theta}{2n+1} - \frac{\cos (2n-1)\theta}{2n-1} \right] \right\} + y_0, \quad (25) \end{aligned}$$

где постоянные  $x_0, y_0$  зависят от выбора начала координат.

Для построения эпюры напоров по подземному контуру  $h = h(x)$  находим

$$\frac{h}{H} = 1 - \frac{2}{\pi} \theta - \frac{2}{x_2} \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin 2n\theta. \quad (26)$$

Формулы (24) и (26) представляют параметрические уравнения искомой эпюры.

Аналогичным образом решается задача в случаях  $1^\circ, 3^\circ$  и  $4^\circ$ .

Пример. Для случая  $2^\circ$  и закона фильтрации (18), взятого со знаком плюс, при  $10x_1 = x_2 = v_* = 1$ ,  $T = H$ , были проведены числовые расчеты и найдены подземные контуры и соответствующие им эпюры напоров для следующих значе-

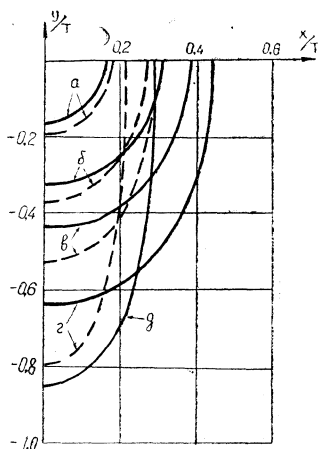


Рис. 9

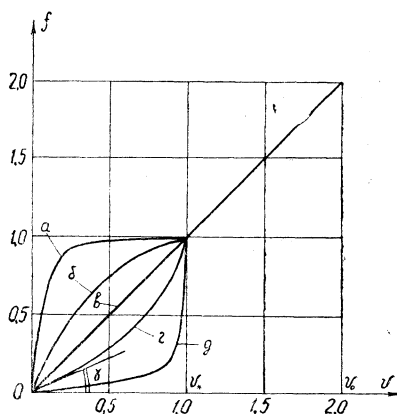


Рис. 10

ний  $v_0$ : а)  $v_0 = 4$ , б)  $v_0 = 2$ , в)  $v_0 = 1,54$ , г)  $v_0 = 1,152$ , д)  $v_0 = 1,03$ . Эти контуры изображены сплошными линиями на рис. 9. Для сравнения на этом же рисунке штриховыми линиями показаны контуры постоянной скорости при тех же значениях  $v_0$  в случае линейного закона фильтрации Дарси [7]. Результаты вычислений эпюр напоров приведены в таблице. Для полуширины флюتبета  $l = \frac{x}{T} \Big|_{y=0}$  имеем: а)  $l = 0,158$ , б)  $l = 0,308$ , в)  $l = 0,386$ , г)  $l = 0,443$ , д)  $l = 0,294$ .

При уменьшении  $v_0$  от  $\infty$  до 1 заглубление флюتبета  $d = \frac{y}{T} \Big|_{x=0}$  монотонно растет от 0 до 1, а полуширина  $l$  сначала увеличивается до некоторого предела, равного в нашем случае  $l_{\max} = 0,446$  при  $v_0 = 1,191$ , а затем уменьшается до 0. При линейном законе Дарси имеем  $l_{\max} = 0,285$  при  $v_0 = 1,542$ .

Чтобы выяснить, как влияет нелинейность закона фильтрации (18) при различных значениях  $x_1$  (рис. 10) на отыскиваемую форму подземного контура и распределение по нему напора, для  $v_0 = 2$  и  $T = H$  были найдены контуры (сплошные линии) и эпюры (штриховые линии) (рис. 11). Расчеты проводились для а)  $x_1 = 0,1$ , б)  $x_1 = 0,5$ ,

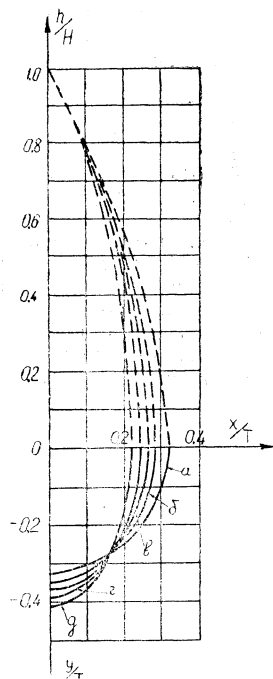


Рис. 11

в)  $\alpha_1 = 1$ , г)  $\alpha_1 = 2$ , д)  $\alpha_1 = 10$ . Видно, что с уменьшением  $\alpha_1$ , т. е. с ростом угла наклона касательной  $\gamma$  (рис. 10), ширина флютбета растёт, его заглубление уменьшается, а вертикальная составляющая сил фильтрационного давления увеличивается. Из проведенных расчетов также следует, что влияние нелинейности закона тем больше, чем меньше задаваемая величина  $v_0$ .

Таблица значений  $h/H$

$v_0 \backslash x/T$	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40
4,000	1	0,80	0,56	0,20					
2,000	1	0,90	0,80	0,69	0,56	0,41	0,15		
1,540	1	0,93	0,84	0,76	0,67	0,57	0,46	0,30	
1,152	1	0,95	0,89	0,82	0,76	0,69	0,61	0,50	0,36
1,030	1	0,95	0,89	0,82	0,72	0,57			

*Доложено на семинаре 5 апреля 1971 года.*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Христианович С. А. Движение грунтовых вод, не следующее закону Дарси. — ПММ, 1940, т. 4, в. 1, стр. 33—52.
2. Ильинский Н. Б., Фомин В. М., Шешуков Е. Г. О решении одной обратной краевой задачи нелинейной теории фильтрации. — Тр. семинара по краевым задачам, 1971, в. 8, изд-во Казанского ун-та, стр. 86—98.
3. Домбровский Г. А. Метод аппроксимации адиабаты в теории плоских течений газа. „Наука“, М., 1964.
4. Шешуков Е. Г., Фомин В. М. К нелинейной теории фильтрации — Сб. „Вакуумная техника“, 1970, вып. 2. Таткнигоиздат, Казань, стр. 83—89.
5. Соколовский В. В. О нелинейной фильтрации грунтовых вод. — ПММ, 1949, т. 13, в. 5, стр. 525—536.
6. Кочина И. Н., Полубаринова-Кочина П. Я. О применении плавных контуров основания гидротехнических сооружений. — ПММ, 1952, т. 16, в. 1, стр. 57—65.
7. Ильинский Н. Б., Якимов Н. Д. Обратные задачи напорной фильтрации при наличии дренирующего основания. — Тр. семинара по краевым задачам, 1968, в. 5, изд-во Казанского ун-та, стр. 51—60.