Г. Н. Поваров, Матричные методы анализа релейно-контактных схем по условиям несрабатывания, *Автомат. и телемех.*, 1954, том 15, выпуск 4, 332–335

1954

МАТРИЧНЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА РЕЛЕЙНО-КОНТАКТНЫХ СХЕМ ПО УСЛОВИЯМ НЕСРАБАТЫВАНИЯ

Г. Н. ПОВАРОВ

(Москва)

В настоящей статье рассматривается применение условий несрабатывания в случае матричных методов анализа релейно-контактных схем.

Обычно при проектировании и исследовании релейно-контактных схем пользуются условиями срабатывания элементов схемы. Однако иногда выгоднее воспользоваться условиями несрабатывания. В некоторых случаях это дает менее громоздкие структурные формулы и упрощает преобразование схем [1—2].

Матричные методы разрабатывались О. Плехлем [3], Б. И. Арановичем [4], А. Г. Лунцем [5] и другими авторами для условий срабатывания. Было показано, что контактный n-полюсник можно описать при помощи квадратной булевой матрицы $A = \| a_{ij} \|$ порядка n, элементом a_{ij} которой служит непосредственная проводимость между полюсами i и j. Тогда полную проводимость между полюсами i и j можно найти, либо вычислив булев минор A_{ji} элемента a_{ji}, либо многократно возводя матрицу A в степень [3—5]. Умножение матриц производится по обычному правилу; что же касается булевых определителей, в частности миноров A_{ji}, то они определяются как сумма произведений элементов, взятых по одному из каждой строки и каждого столбца определителя. На этой основе были предложены методы анализа и синтеза релейно-контактных схем [2—5]*.

При использовании условий несрабатывания структурные формулы схем обладают другой интерпретацией, чем при использовании условий срабатывания. Поэтому в случае условий несрабатывания непосредственное применение указанных матричных методов невозможно.

Однако положение можно исправить, формально видоизменив матричные методы.

Две упомянутые интерпретации связаны друг с другом по закону двойственности [1]. В случае условий срабатывания формула описывает структурную проводимость контактного двухполюсника, в случае условий несрабатывания — его структурное сопротивление. В первом случае переменная x соответствует высказыванию «приемный элемент X сработал» и изображает замыкающий контакт элемента X. Во втором случае переменная x соответствует высказыванию «приемный элемент X спокоен» и изображает размыкающий контакт элемента X. Переменная $\bar{x}$ интерпретируется противоположным образом: при условиях срабатывания соответствует высказыванию «элемент X спокоен» и изображает размыкающий контакт элемента X, а при условиях несрабатывания соответствует высказыванию «элемент X сработал» и изображает замыкающий контакт элемента X. При условиях срабатывания булеву сложению отвечает параллельное соединение контактов, булеву умножению — последовательное. При условиях несрабатывания булеву сложению, наоборот, соответствует последовательное соединение контактов, а булеву умножению — параллельное.

* Вопрос о соотношении матричных и графо-аналитических методов здесь не затрагивается.

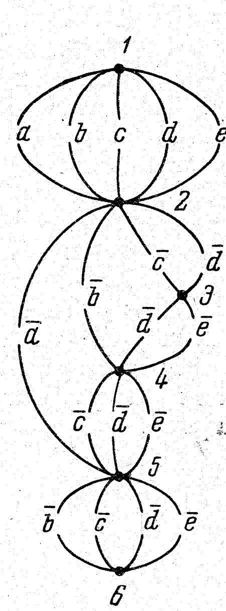
Таким образом, функция $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, изображающая условия срабатывания, принимает значение 1, когда двухполюсник образует замкнутую цепь, и принимает значение 0, когда двухполюсник образует разрыв. Аргумент x_i этой функции принимает значение 1, когда элемент X_i сработал, и принимает значение 0, когда элемент X_i спокоен. Функция $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, изображающая условия несрабатывания, принимает значение 1, когда двухполюсник образует разрыв, и принимает значение 0, когда двухполюсник образует замкнутую цепь. Аргумент x_i этой функции принимает значение 1, когда элемент X_i спокоен, и принимает значение 0, когда элемент X_i сработал. Если $f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ изображает условия срабатывания некоторой схемы, а $f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ — ее условия несрабатывания, то

$$f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \overline{f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n)}.$$

Мы видим, что для применения матричных методов к условиям несрабатывания надо видоизменить эти методы двойственным образом.

Будем изображать схему при помощи матрицы $B = \| b_{ij} \|$, в которой элемент b_{ij} представляет собой непосредственное структурное сопротивление между полюсами i и j, записанное согласно условиям несрабатывания.*

Под непосредственным сопротивлением между полюсами i и j понимается произведение сопротивлений всех не самопересекающихся путей, идущих из i в j, минуя другие полюсы. Под сопротивлением пути понимается сумма сопротивлений элементов, из которых состоит путь.



В качестве полюсов можно взять все узлы схемы. Тогда b_{ij} будет представлять собой сопротивление ветвей**, соединяющих узлы i и j.

Например, схема на рисунке будет описываться матрицей непосредственных сопротивлений:

$$\left\| \begin{matrix} 0 & \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} & 0 & cd & b & a & 1 \\ 1 & cd & 0 & de & 1 & 1 \\ 1 & b & de & 0 & cde & 1 \\ 1 & a & 1 & cde & 0 & bcde \\ 1 & 1 & 1 & 1 & bcde & 0 \end{matrix} \right\|$$

Нумерация узлов указана на рисунке.

Теперь введем следующие определения:

Сумму всех произведений элементов булевой матрицы $\| p_{ij} \|$, взятых по одному из каждого столбца и каждой строки, будем называть *булевым определителем 1-го рода* и обозначать обычным символом $| p_{ij} |$.

Произведение всех сумм элементов булевой матрицы $\| p_{ij} \|$, взятых по одному из каждого столбца и каждой строки, будем называть *булевым определителем 2-го рода* и обозначать символом $\{ p_{ij} \}$.

Произведением 1-го рода булевых матриц $\| p_{ij} \|$ и $\| q_{ij} \|$ будем называть матрицу $\| r_{ij} \|$, в которой $r_{ij} = \sum_k p_{ik} q_{kj}$. *Произведением 2-го рода*

---

* При наличии в схеме вентильных элементов b_{ji} может отличаться от b_{ij}.

** Здесь употребляется обычный электротехнический термин «ветвь». Предложенный А. Г. Лунцем термин «звено» дублирует этот обычный термин и потому не может быть рекомендован.

булевых матриц $\| p_{ij} \|$ и $\| q_{ij} \|$ будем называть матрицу $\| r_{ij} \|$, в которой $r_{ij} = \prod_k (p_{ik} + q_{kj})$. Умножение 1-го рода будем обозначать обычным символом $\| p_{ij} \| \, \| q_{ij} \|$, умножение 2-го рода — символом $\| p_{ij} \| \times \| q_{ij} \|$.

Как легко видеть, булевы определители 1-го рода суть обычные булевы определители, а булевы определители 2-го рода — двойственные аналоги этих последних. Булевы определители 2-го рода обладают с точностью до двойственности всеми свойствами булевых определителей 1-го рода, и наоборот.

Так, булевы определители 2-го рода обладают следующими свойствами:

1) определитель не изменится от транспонирования (замены строк столбцами);

2) определитель не изменится от перестановки строк или перестановки столбцов;

3) определитель, у которого хотя бы один ряд (строка или столбец) состоит сплошь из единиц, равен единице;

4) определитель, у которого все элементы главной диагонали равны нулю, равен нулю;

5) общее слагаемое всех элементов какого-нибудь ряда определителя можно вынести за знак определителя;

6) определитель, у которого все элементы какого-нибудь ряда суть произведения двух множителей, равен произведению двух определителей;

7) определитель можно разложить в произведение сумм по элементам какого-нибудь ряда (возможно и более общее разложение — двойственный аналог теоремы Лапласа).

Аналогичные замечания справедливы для умножения 1-го и 2-го рода.

Ввиду такой двойственности очевидно, что полное сопротивление между полюсами i и j схемы с матрицей непосредственных сопротивлений $\| b_{ij} \|$ равно минору 2-го рода B_{ji} элемента b_{ji} в этой матрице.

Матрицу полных сопротивлений также можно вычислить, повторно возводя в степень матрицу $\| b_{ij} \|$ посредством умножения второго рода.

Для примера вычислим полное сопротивление между полюсами 1 и 6 схемы на рисунке. Для этого найдем минор B_{61} приведенной выше матрицы:

$$\left\{ \begin{matrix} \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & cd & b & a & 1 \\ cd & 0 & de & 1 & 1 \\ b & de & 0 & cde & 1 \\ a & 1 & cde & 0 & bcde \end{matrix} \right\} =$$

$$= \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} + \left\{ \begin{matrix} cd & b & a & 1 \\ 0 & de & 1 & 1 \\ de & 0 & cde & 1 \\ 1 & cde & 0 & bcde \end{matrix} \right\} = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} + bcde + \left\{ \begin{matrix} cd & b & a \\ 0 & de & 1 \\ de & 0 & cde \end{matrix} \right\} =$$

$$= \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} + bcde + \left(cde + \left\{ \begin{matrix} cd & b \\ 0 & de \end{matrix} \right\} \right) \left(a + \left\{ \begin{matrix} 0 & de \\ de & 0 \end{matrix} \right\} \right) =$$

$$= \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} + bcde + [cde + b(cd + de)]\, a =$$

$$= \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} + d\,[ab(c + e) + (a + b)\,ce].$$

Итак, условия несрабатывания схемы суть

$$\bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} + d\,[ab(c + e) + (a + b)\,ce].$$

Отсюда можно получить условия срабатывания

$$(a+b+c+d+e)\,[\bar{d}+(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}\bar{e})(\bar{a}\bar{b}+\bar{c}+\bar{e})].$$

Предлагаемое видоизменение понятий булева определителя и произведения булевых матриц даст возможность применять матричные методы анализа (а также синтеза) схем в случае условий несрабатывания, не переходя к условиям срабатывания.

Заметим, что булевы определители 1-го и 2-го рода рассматривались еще З. Кобжиньским [6] под названием «логических определителей». Затем определитель 1-го рода нашел применение в матричных методах синтеза и анализа схем по условиям срабатывания. В настоящей же заметке показывается, как можно применить определители 2-го рода.

Поступила в редакцию
23 апреля 1954 г.

Цитированная литература

1. Гаврилов М. А. Теория релейно-контактных схем. М.—Л., 1950.
2. Гаврилов М. А. Построение релейных схем с мостиковыми соединениями, исходя из условий несрабатывания. Автоматика и телемеханика, т. XIV, № 2, 1953.
3. Plechl O. Zur Ermittlung elektrischer Kontaktschaltungen. Elektrotechnik u. Maschinenbau, Jg. 63, H. 1/2, 1946.
4. Аранович Б. И. Использование матричных методов в вопросах структурного анализа релейно-контактных схем. Автоматика и телемеханика, т. X, № 6, 1949.
5. Лунц А. Г., Алгебраические методы анализа и синтеза контактных схем. Изв. АН СССР, серия матем., т. XVI, № 5, 1952.
6. Kobrzyński Z. La théorie des déterminants logiques. Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie, cl. III, t. 30, 1938.