

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Н. Киселев, Дифракционная деполяризация,
ЖТФ, 1987, том 57, выпуск 6, 1184–1185

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.84

23 января 2025 г., 09:23:10



ДИФРАКЦИОННАЯ ДЕПОЛЯРИЗАЦИЯ

А. П. Киселев

Отмечена общая особенность высокочастотных векторных колебаний — возникновение в результате дифракции линейно-поляризованных волн, волн эллиптической поляризации с более низкочастотной аномальной составляющей. Для примера выбраны задачи о каустике и о френелевской дифракции [1] в изотропной теории упругости. Ради простоты предложено, что среда однородна, а колебания двумерны и гармоничны по времени.

Поле упругих перемещений \mathbf{u} описывается уравнением

$$a^2 \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} - b^2 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{u} + \omega^2 \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

где a и b — скорости продольных и поперечных волн; ω — круговая частота; множитель $e^{-i\omega t}$ опускается.

Продольные плоские волны линейно поляризованы в направлении распространения. В рамках обобщающего при $\omega \rightarrow \infty$ теорию плоских волн метода ВКБ продольные колебания имеют аномальную (примесную) составляющую \mathbf{u}^\perp , перпендикулярную к основной \mathbf{u}^\parallel и сдвинутую относительно нее по фазе на $\pi/2$ (так что поляризация волны эллиптическая) с частотной зависимостью $\mathbf{u}^\perp = O(\omega^{-1} \mathbf{u}^\parallel)$ [2]. Мы покажем, что вблизи особенностей поля геометрических лучей аномальная составляющая продольной волны резко возрастает, имеет частоты выше, чем в дальней зоне, но ниже, чем основная компонента (спектральный состав которой меняется слабо), и дадим простые формулы для ее описания.

1. Рассмотрим поле продольных волн около каустики радиуса R , большого сравнительно с волновым числом k

$$kR \equiv \frac{\omega}{a} R \gg 1. \quad (2)$$

Точку \mathbf{r} вблизи каустики естественно характеризовать длиной n нормали, опущенной из \mathbf{r} на каустику (полагая $n < 0$ в геометрической тени) и длиной ее дуги s .

При малых n скалярный потенциал

$$\Phi = e^{iks} v \left(\sqrt{\frac{2k^2}{R}} n \right), \quad v(\alpha) \equiv \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \cos \left(\alpha\beta + \frac{\beta^3}{3} \right) d\beta \quad (3)$$

— функция Эйри—Фока [3], удовлетворяет асимптотически уравнению

$$(\Delta + k^2) \Phi = 0. \quad (4)$$

Соответствующее упругое поле

$$\mathbf{u} = \operatorname{grad} \Phi \quad (5)$$

асимптотически удовлетворяет (1) и описывает перемещения вблизи каустики. Из (3), (5) следует, что поляризация колебаний эллиптическая, а оси эллипса поляризации параллельны осям координат \mathbf{e}_s и \mathbf{e}_n . На самой каустике ($n=0$) формулы для поля особенно просты. В частности,

$$\frac{|\mathbf{u}^\perp|}{|\mathbf{u}^\parallel|} \equiv \frac{|(\mathbf{u}, \mathbf{e}_n)|}{|(\mathbf{u}, \mathbf{e}_s)|} \approx \sqrt{\frac{2}{kR}} \frac{|v'(0)|}{|v(0)|} \approx 0.73 \sqrt{\frac{2}{kR}}, \quad (6)$$

так что аномальная составляющая поля \mathbf{u}^\perp более низкочастотна, чем основная $\mathbf{u}^\parallel = (\mathbf{u}, \mathbf{e}_s) \mathbf{e}_s$. При удалении от каустики в тень частотное соотношение $\mathbf{u}^\perp = O(\omega^{-1} \mathbf{u}^\parallel)$ сохраняется, при движении в сторону $n > 0$ возникает интерференционная картина. В дальней зоне $2k^2 n^3 \gg R$, где поле распадается на падающую и отраженную волны, роль примесной компоненты в каждой из них уменьшается до $\mathbf{u}^\perp = O(\omega^{-1} \mathbf{u}^\parallel)$. Вследствие фазового сдвига $\pi/2$ между \mathbf{u}^\parallel и \mathbf{u}^\perp (6) совпадает с отношением длин осей эллипса поляризации при $n=0$.

2. Для описания дифракции Френеля удобны полярные координаты (r, φ) , связанные с геометрией задачи (см. рисунок). Поле вблизи границы тени $\varphi=0$ при

$$kr \gg 1 \quad (7)$$

определяется в старшем порядке френелевским фоном, не зависящим от граничных условий на рассеивателе и от его формы [3]. В скалярной задаче дифракции на клине поле в полутени имеет вид

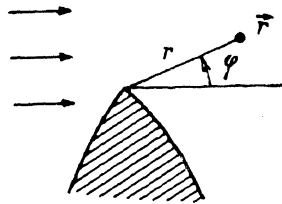
$$\Phi = \left\{ e^{-ikr \cos \varphi} F \left(\sqrt{2kr} \sin \frac{\varphi}{2} \right) + \frac{e^{ikr}}{\sqrt{kr}} f(\varphi) \right\}, \quad (8)$$

$$F(x) \equiv \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^x e^{iy^2} dy$$

— интеграл Френеля, а функция $f(\varphi)$, аналитическая в окрестности $\varphi=0$, определяется раствором клина. В случае гладкого выпуклого препятствия поправка к френелевскому фону имеет более сложный вид [3].

Поле упругих продольных перемещений в задаче о падении плоской продольной же волны $\text{grad } e^{-ikr \cos \varphi}$ на крупномасштабное препятствие будем описывать формулами (2), (8). Легко видеть, что u имеет эллиптическую поляризацию, причем отношение длин осей эллипса поляризации и отношение амплитуд колебаний вдоль этих осей имеют порядок $O(\omega^{-1/2})$. Эти величины не зависят (в главном порядке) от функции $f(\varphi)$, т. е. от свойств препятствия. На границе геометрической тени $\varphi=0$, где формулы особенно просты, например

$$\frac{|u_\varphi|}{|u_r|} \approx \frac{1}{\sqrt{2kr}} \frac{|F'(0)|}{|F(0)|} = \sqrt{\frac{2}{\pi kr}}, \quad (9)$$



отношение осей эллипса поляризации вследствие фазового сдвига на $\pi/4$ в $\sqrt{2}$ раз меньше.

Колебания вдоль меньшей оси эллипса поляризации, как и в задаче о каустике, более низкочастотны.

3. Рассмотрение дифракции линейно-поляризованной в плоскости распространения поперечной упругой волны приводит к совершенно аналогичным результатам. Выражения для отношения длин осей эллипса поляризации на каустике и в полутени сохраняются буквально, если под k понимать волновое число поперечной волны.

4. Все наши рассуждения годятся и для электродинамики изотропной однородной среды.

Плавная неоднородность среды, не меняя результатов качественно, добавляет в формулы для поляризационных характеристик градиенты материальных параметров.

Результаты сохраняются качественно и для анизотропной среды, если под основной компонентой понимать ту, которая соответствует плоской волне, а под примесной — ей перпендикулярную.

Изложенные соображения можно применять не только к объемным, но и к поверхностным волнам.

Литература

- [1] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1967. 459 с.
- [2] Киселев А. П. Изв. АН СССР. Физика Земли, 1983, № 9, с. 51—56.
- [3] Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Наука, 1970. 518 с.

Научно-производственное
объединение «Рудгеофизика»
Ленинград

Поступило в Редакцию
23 мая 1986 г.

ГИПЕРБОЛОИДНЫЙ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЙ ЭНЕРГОАНАЛИЗАТОР С ВОЗВРАТОМ ЧАСТИЦ

Э. П. Шеретов, В. С. Гуров, М. П. Сафонов

Гиперболоидные осесимметричные электродные системы перспективно использовать не только для создания масс-анализаторов типа трехмерной ловушки [1], но и для создания светосильных энергоанализаторов заряженных частиц [2-5]. В работе [5] показано, что