



Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

A. A. Mochalin, The parametric oscillations of heterogeneous round cylindrical shell of variable density on different boundary conditions, *Izv. Saratov Univ. Math. Mech. Inform.*, 2015, Volume 15, Issue 2, 210–215

DOI: 10.18500/1816-9791-2015-15-2-210-215

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.87

February 17, 2025, 18:30:24





УДК 539.4

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОТНОСТИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ КРАЕВЫХ УСЛОВИЯХ

А. А. Мочалин

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и системного анализа, Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А., a.mochalin@inbox.ru

На базе полубезмоментной теории В. З. Власова мы рассматриваем проблему динамической устойчивости изотропной цилиндрической оболочки переменной вдоль образующей толщины и плотности под действием симметричного переменного по образующей внешнего давления при различных граничных условиях. При одном соотношении изменения толщины, давления и плотности получено точное решение. Конструктивные элементы длинных и оболочек средней длины с переменной плотностью материала используются в различных областях машиностроения и аэрокосмической техники для оптимизации массы. В случае пяти краевых задач получены минимальные значения коэффициентов возбуждения в отношении возможного возникновения незатухающих колебаний для первой и второй областей неустойчивости, которые имеют большое значение для инженерной практики. Для рассматриваемых краевых задач и законов изменения толщины и плотности произведена оценка точности ВКБ-метода. Приведены численные результаты.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, теория оболочек, колебания оболочек, частота, толщина оболочки, плотность, давление, теория упругости, коэффициенты возбуждения, динамическая устойчивость.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО КОЛЕБАНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Оболочки, изготовленные из неоднородных материалов, полученных, скажем, методом порошковой металлургии, находят широкое применение в различных отраслях инженерной деятельности. Примером неоднородных оболочек могут служить оболочки, полученные из абсолютно спаянных между собой металлических колец различной толщины и плотности, а также оболочки, изготовленные из пористых металлов [1], и их модели, рассматриваемые в [2]. Колебания длинных цилиндрических оболочек и оболочек средней длины радиуса R , имеющих переменную толщину и плотность, подверженных действию переменного внешнего давления, описываются следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial T_2}{\partial y} - \frac{Q_2}{R} - \gamma \frac{h}{g} \frac{\partial^2 v}{\partial^2 t_1^2} = 0, \\ \frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{\partial y} + \frac{T_2}{R} + T_{20} \varkappa_2 - \frac{\gamma h}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial^2 t_1^2} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial M_2}{\partial y} = Q_2, \quad \frac{\partial M_1}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} = Q_1, \\ T_{20} = -q(\xi, t_1)R. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь T_1 , T_2 , S — внутренние усилия, Q_1 , Q_2 — перерезывающие усилия, M_1 , M_2 — изгибающие моменты, H — крутящий момент, $h(x)$ — толщина оболочки, x и y — координаты, откладываемые по образующей и по дуге поперечного круга цилиндра, $\frac{\gamma}{g} = \rho(x)$ — переменная плотность материала. Упругие усилия и моменты связаны с деформациями срединной поверхности следующими соотношениями [3]:

$$\begin{aligned} T_1 = B(\varepsilon_1 + v\varepsilon_2), \quad T_2 = B(\varepsilon_2 + v\varepsilon_1), \quad S = Ghs, \\ M_1 = D(\varkappa_1 + v\varkappa_2), \quad M_2 = D(\varkappa_2 + v\varkappa_1), \quad H = 2D_k\tau, \end{aligned} \quad (2)$$

где $B = \frac{Eh}{1-v^2}$, $D = \frac{Eh^3}{12(1-v^2)}$ — жесткости при растяжении и изгибе, $D_k = \frac{\bar{G}}{12}h^3$ — жесткость при кручении, \bar{G} — модуль сдвига, E , v — модуль Юнга и коэффициент Пуассона,

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R}, \quad \omega = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x},$$



$$\varkappa_1 = -\frac{\partial^2 w}{\partial^2 x^2}, \quad \varkappa_2 = -\left(\frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial^2 y^2}\right), \quad \tau = -\left(\frac{1}{2R} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right).$$

Здесь u, v, w — продольная, тангенциальная и нормальная составляющие вектора перемещений.

Соотношения упругости (2), учитывая гипотезы теории оболочек В. З. Власова, запишем в форме

$$T_1 = Eh\varepsilon_1, \quad M_2 = D\varkappa_2. \quad (3)$$

Введем безразмерные переменные $\xi = x/l, \theta = y/R$ и функцию перемещений Φ , связанную с компонентами поля перемещений $\bar{U}(u, v, w)$ равенствами [4]

$$\begin{aligned} u &= -\frac{1}{l} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \xi \partial \theta^2}, & v &= \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2}, & w &= \frac{1}{R} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta^4}, \\ \varepsilon_1 &= \frac{1}{l^2} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \xi^2 \partial \theta^2}, & \varkappa_2 &= -\frac{1}{R^3} \left(\frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^6 \Phi}{\partial \theta^6} \right), \\ T_1 &= -\frac{Eh}{l^2} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \xi^2 \partial \theta^2}, & M_2 &= -\frac{D}{R^3} \left(\frac{\partial^6 \Phi}{\partial \theta^6} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta^4} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Подстановка (4) позволяет систему уравнений (1) записать в виде

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[h(\xi) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} \right] + \frac{Dl^4}{ER^6} \Omega \Phi + \frac{l^4}{R^2 E} \frac{\partial^4}{\partial \theta^2 \partial t^2} \frac{h(\xi) \gamma(\xi)}{g} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} - 1 \right) \Phi - \frac{l^4}{R^2 E} q(\xi, t) \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \Omega \Phi = 0, \quad (5)$$

где $\Omega = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} \left(1 + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right)$ — дифференциальный оператор В. З. Власова.

При этом допущены некоторые пренебрежения, которые позволяют определять лишь динамическую устойчивость при одной полуволне по образующей изотропных цилиндрических оболочек средней и большой длины с переменной вдоль образующей толщиной стенки и не постоянной по длине оболочки плотностью материала при действии неоднородного давления.

Выбирая функцию перемещений в виде

$$\Phi(\xi, t) = W(\xi) F(t_1) \sin k\theta, \quad (6)$$

где k — число волн в окружном направлении, и считая, что толщина оболочки изменяется по закону $h(\xi) = h_0 f(\xi)$, а величина $\gamma(\xi) = \gamma_0 \varphi(\xi)$, то уравнение (5) приводится к обыкновенному дифференциальному уравнению вида

$$\begin{aligned} &\frac{d^2}{d\xi^2} \left(f(\xi) \frac{d^2 W}{d\xi^2} \right) + \frac{h_0^2 f^3(\xi) l^4}{R^6 12(1-v^2)} k^4 (k^2 - 1)^2 W + \\ &+ \frac{l^4}{R^2 E} k^2 (k^2 + 1) \frac{\gamma_0 f(\xi)}{g F(t_1)} \varphi(\xi) \frac{d^2 F(t_1)}{dt_1^2} W - \frac{l^4 f^3(\xi)}{R^2 E h_0} k^4 (k^2 - 1) p(t_1) W = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО КОЛЕБАНИЯ ДЛЯ ФУНКЦИИ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Будем рассматривать гипотетический [3, 4] случай, когда $\varphi(\xi) = f^2(\xi)$, и ограничимся соотношениями $f(\xi) = (1 + \alpha\xi)^{-2}, q(\xi, t_1) = f^3(\xi)p(t_1)$.

Уравнение (7) в этом случае примет вид

$$\frac{d^2}{d\xi^2} \left[(1 + \alpha\xi)^{-2} \frac{d^2 W}{d\xi^2} \right] - \lambda_0^4 (1 + \alpha\xi)^{-6} W = 0, \quad (8)$$

где

$$\lambda_0^4 = \frac{p(t_1) l^4 k^4 (k^2 - 1)}{ER^2 h_0} - \frac{\gamma_0 k^2 (k^2 + 1) l^4}{R^2 E g F(t_1)} \frac{\partial^2 F}{\partial t_1^2} - \frac{h_0^2 k^4 (k^2 - 1)^2 l^4}{12 R^2 (1 - v^2)}.$$

Уравнение (8) после введения новой переменной $z = \ln(1 + \alpha\xi)$ и новой функции $W(z)$ соотношением $W = X e^{2z/3}$ приводится к обыкновенному дифференциальному уравнению четвертого порядка с постоянными коэффициентами:

$$X^{(4)} - \frac{22}{3} X^{(3)} + \frac{35}{3} X^{(2)} + \frac{176}{27} X' - \left(\frac{\lambda_0^4}{\alpha^4} - \frac{1848}{81} \right) X = 0,$$

а его характеристическое уравнение запишется в виде

$$(q^2 + aq + c)(q^2 + bq + d) = 0,$$

где величины a, b, c, d связаны равенствами

$$a + b = -\frac{22}{3}, \quad ab + c + d = \frac{35}{3}, \quad bc + da = \frac{176}{27}, \quad cd = \frac{1848}{81} - \frac{\lambda_0^4}{\alpha^4}$$

и равны

$$a = b = -\frac{11}{3}, \quad c = \frac{-3\alpha^2 \mp \sqrt{1839\alpha^4 + 81\lambda_0^4}}{9\alpha^2}, \quad d = \frac{-3\alpha^2 \pm \sqrt{1839\alpha^4 + 81\lambda_0^4}}{9\alpha^2}.$$

Выражение для функции $W(\xi)$ примет вид

$$W(\xi) = (1 + \alpha\xi)^{5/2}(C_1 \sin(\delta \cdot \ln(1 + \alpha\xi)) + C_2 \cos(\delta \cdot \ln(1 + \alpha\xi)) + C_3 \operatorname{sh}(\delta \cdot \ln(1 + \alpha\xi)) + C_4 \operatorname{ch}(\delta \cdot \ln(1 + \alpha\xi))),$$

где $\delta = \sqrt{\frac{121}{36} + \frac{3\alpha^2 + \sqrt{81\lambda_0^4 - 1839\alpha^4}}{9\alpha^2}}$.

Рассматривая краевые задачи, обозначим через β_0 решение векового уравнения, порожденного удовлетворением соответствующих условий, заданных на торцах оболочки, т. е. $\beta_0 = \delta \cdot \ln(1 + \alpha)$. Определим отсюда величину $\lambda_0^4 = \beta_0^4 M$, где

$$M = \frac{\alpha^4}{\ln^4(1 + \alpha)} - 7.39 \frac{\alpha^4}{\beta_0^2 \ln^2(1 + \alpha)} + 26.4 \frac{\alpha^4}{\beta_0^4}. \quad (9)$$

Тогда получаем соотношение:

$$\frac{p(t_1)l^4 k^4 (k^2 - 1)}{ER^2 h_0} - \frac{\gamma_0 k^2 (k^2 + 1) l^4}{R^2 EgF(t_1)} \frac{d^2 F(t_1)}{dt_1^2} - \frac{l^4 h_0^2 k^4 (k^2 - 1)^2}{12R^6 (1 - \nu^2)} = \beta_0^4 M. \quad (10)$$

В случае оболочки постоянной толщины ($\alpha = 0$) величина $M = 1$.

В случае действия на боковую поверхность оболочки распределенной нагрузки вида $p(t) = p_0 + p_1 \cos rt_1$, то собственную частоту и критическую нагрузку, определяемую из уравнения (7), представляется возможным записать в виде [5]

$$\omega^2 = \frac{R^2 Eg}{\gamma_0 l^4 k^2 (k^2 + 1)} \left[M \beta_0^4 + \frac{l^4 h_0^2 k^4 (k^2 - 1)^2}{12R^6 (1 - \nu^2)} - \frac{p_0 l^4 k^4 (k^2 - 1)}{ER^2 h_0} \right], \quad (11)$$

$$p_{k,kp} = \frac{R^2 E h_0}{l^4 k^4 (k^2 - 1)} \left[M \beta_0^4 + \frac{l^4 h_0^2 k^4 (k^2 - 1)^2}{12R^6 (1 - \nu^2)} \right]. \quad (12)$$

Тогда уравнение (12) с учетом затухания ϵ^* приводится к уравнению Матье [6]:

$$\frac{d^2 F}{dt_1^2} + 2\epsilon^* \frac{dF}{dt_1} + \omega^2 (1 - \epsilon_{\min} \cos rt_1) F = 0, \quad (13)$$

в котором $\epsilon_{\min} = p_1 / (p_{k,kp} - p_0)$.

Ввиду того что на практике наибольшее значение имеют первая и вторая области неустойчивости уравнения (13), мы и ограничимся только их рассмотрением. Известно [5, 6], что для первой области

$$r_{kp} = 2\omega \sqrt{1 \pm \sqrt{\left(\frac{\epsilon_{\min}}{2}\right)^2 - \left(\frac{2\epsilon^*}{\omega}\right)^2}},$$

и

$$r_{kp} = \omega \sqrt{1 - \left(\frac{\epsilon_{\min}}{2}\right)^2 \mp \sqrt{\left(\frac{\epsilon_{\min}}{2}\right)^4 - \left(\frac{2\epsilon^*}{\omega}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{\epsilon_{\min}}{2}\right)^2\right]}}$$

для второй области.



Возникновение незатухающих колебаний для первой и второй областей неустойчивости возможно при следующих минимальных значениях коэффициента возбуждения:

$$\epsilon_{\min,1} = \frac{4\epsilon^*}{\omega}, \quad \epsilon_{\min,2} = \frac{8\epsilon^*}{\omega}.$$

Решение уравнения (9) можно найти методом ВКБ, тогда необходимые для исследования величины будут определяться из соотношения:

$$\int_0^1 \left(\frac{p(t_1)l^4k^4(k^2 - 1)f^2(\xi)}{ER^2h_0} - \frac{\gamma_0\varphi(\xi)k^2(k^2 + 1)l^4}{R^2EgF(t_1)} \frac{d^2F(t_1)}{dt_1^2} - \frac{l^4h_0^2k^4(k^2 - 1)^2f^2(\xi)}{12R^6(1 - v^2)} \right)^{1/4} d\xi = \beta_0. \quad (14)$$

3. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МЕТОДОМ ВКБ

В случае произвольных законов изменения толщины, плотности и давления следует разложить подынтегральное выражение (14) в ряд по одному из параметров и проинтегрировать. Для рассматриваемого случая изменения толщины, плотности и давления будем иметь соотношение

$$\frac{p(t_1)l^4k^4(k^2 - 1)}{ER^2h_0} - \frac{\gamma_0k^2(k^2 + 1)l^4}{R^2EgF(t_1)} \frac{d^2F(t_1)}{dt_1^2} - \frac{l^4h_0^2k^4(k^2 - 1)^2}{12R^6(1 - v^2)} = \beta_0^4 \left(\frac{\alpha}{\ln(1 + \alpha)} \right)^4. \quad (15)$$

Оценим точность приближенного решения (15) с решением (10) для пяти способов закрепления краёв оболочки; результаты расчетов коэффициента M_i приведены в таблице.

Результаты расчетов M_i

Значение α	-0.3	-0.2	-0.1	0	0.1	0.2	0.3
$\left(\frac{\alpha}{\ln(1 + \alpha)} \right)^4$	0.364	0.646	0.822	1	1.177	1.425	1.692
M_1	0.347	0.635	0.821	1	1.176	1.414	1.675
M_2	0.345	0.622	0.818	1	1.173	1.401	1.673
M_3	0.338	0.630	0.813	1	1.170	1.410	1.666
M_4	0.266	0.582	0.805	1	0.151	1.361	1.594
M_5	0.236	0.558	0.796	1	1.150	1.337	1.564

Здесь используются следующие обозначения: M_1 — в случае жесткого закрепления краёв $\beta_0 = 4.73$, M_2 — в случае свободного опирания краёв $\beta_0 = \pi$, M_3 — один край свободно оперт, другой заделан $\beta_0 = 3.93$, M_4 — когда один край ($\xi = 0$) жестко заделан, другой свободен $\beta_0 = 1.87$, M_5 — один край свободно оперт, а на другом продольное перемещение и перерезывающее усилие равны нулю $\beta_0 = \pi/2$.

4. ВЛИЯНИЕ ПЕРЕМЕННОСТИ ТОЛЩИНЫ, ПЛОТНОСТИ И ДАВЛЕНИЯ НА ЧАСТОТЫ И АМПЛИТУДЫ

Анализируя выражение для квадрата частоты колебаний можно заметить, что его можно представить в виде

$$\omega^2 = \frac{\sqrt{M\beta_0^4Egh_0}}{R\gamma_0l^2\sqrt{3(1 - v^2)}} - \frac{gp_0}{l\gamma_0} \sqrt{\frac{R^3}{h_0^3}} \sqrt[4]{12(1 - v^2)}.$$

На рис. 1 изображены графики величины M , определяемой соотношением (9) при трёх значениях величины β_0^4 .

Амплитуда колебаний оболочки при жестком закреплении краёв будет определяться собственной функцией вида

$$W(\xi) = \frac{[1 - \cos(\delta \ln(1 + \alpha\xi)) \cosh(\delta \ln(1 + \alpha\xi))](1 + \alpha\xi)^{2/3}}{\cosh(\delta \ln(1 + \alpha)) - \cos(\delta \ln(1 + \alpha))}.$$

Здесь

$$\delta = \sqrt{\frac{121}{36} + \frac{3\alpha^2 + \sqrt{81M\beta_0^4 - 1839\alpha^4}}{9\alpha^2}},$$

а график функции $W(\xi)$ ($0 \leq \xi \leq 1$) приведен на рис. 2.

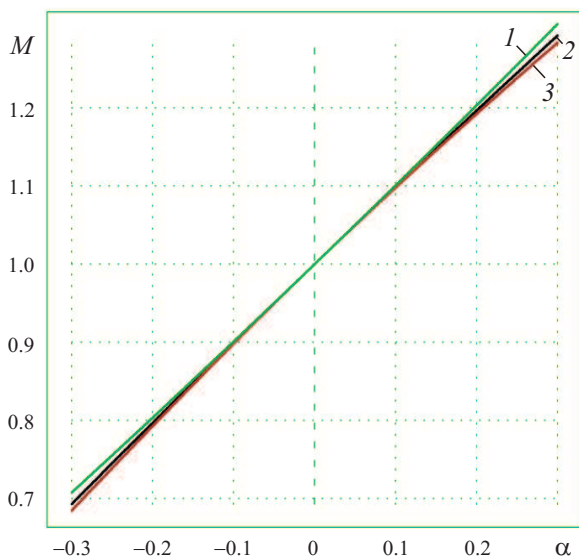


Рис. 1. Графики зависимости частоты: 1 – $\beta_0^4 = 4.73$,
2 – $\beta_0^4 = \pi$, 3 – $\beta_0^4 = \pi/2$

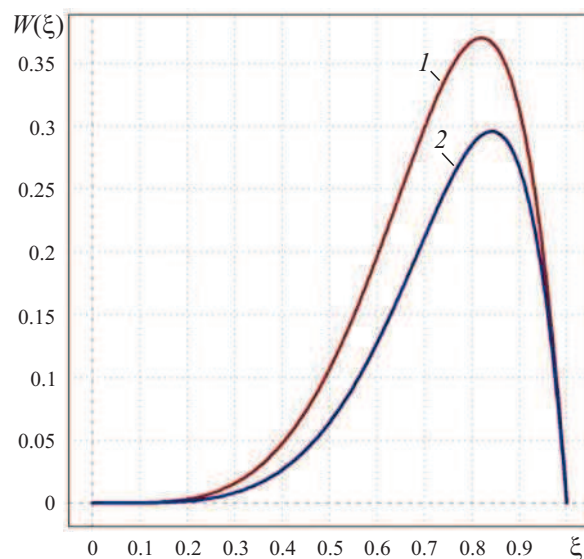


Рис. 2. Графики зависимости амплитуды: 1 – $\alpha = 0.2$,
2 – $\alpha = -0.2$

На основании полученных расчетов можно заключить, что для рассмотренных законов изменения толщины, плотности и внешнего давления:

- 1) значения коэффициентов приближенного решения отличаются от точных величин не более чем на 13 %;
- 2) при увеличении соотношения толщин h_0/h_1 и плотности γ_0/γ_1 на краях оболочки частота колебаний возрастает и, наоборот, при их уменьшении убывает;
- 3) при увеличении соотношения толщин и плотности на краях оболочки с возрастанием соотношения давления q_0/q_1 амплитуда колебаний возрастает, а при уменьшении этих величин амплитуда убывает;
- 4) максимальное значение амплитуды наблюдается вблизи тонкого края оболочки с меньшей плотностью и нагруженного меньшим давлением.

Библиографический список

1. Белов С. В. Пористые металлы в машиностроении. М. : Машиностроение, 1981. 248 с.
2. Болдырев А. В. Применение моделей твёрдого деформируемого тела переменной плотности в задачах оптимизации и прогнозирования массы авиационных конструкций // Наука и технологии. Итоги диссертационных исследований : сб. науч. тр. Сер. «Избранные труды Российской школы». М., 2009. Т. 1. С. 177–200.
3. Власов В. З. Общая теория оболочек. М. : ГИТТЛ, 1949. 784 с.
4. Мочалин А. А. Устойчивость неоднородной цилиндрической оболочки от неравномерной радиальной нагрузки // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2014. № 1. С. 12–17.
5. Сальников Г. М. Динамическая устойчивость цилиндрических и конических оболочек кругового и некругового сечения при различных граничных условиях // Исследования по теории пластин и оболочек. Казань : Изд-во КГУ, 1967. № 5. С. 469–479.
6. Болотин В. В. Динамическая устойчивость упругих систем. М. : ГИТТЛ, 1956. 600 с.



The Parametric Oscillations of Heterogeneous Round Cylindrical Shell of Variable Density on Different Boundary Conditions

A. A. Mochalin

Saratov State Technical University named after Yu.A. Gagarin, 77, Politeknicheskaya st., 410054, Saratov, Russia, a.mochalin@inbox.ru

We consider an isotropic cylindrical shell of varying thickness and density along the generatrix. Let the shell be under pressure, which is symmetric and also varying along the generatrix. We follow the polupostamenty theory by V. Z. Vlasov and consider the problem of the dynamical stability of the shell. We obtain the exact solution corresponding to the certain relation between thickness, pressure and density. Such kind of shells of extent medium is important in mechanical and aerospace engineering for optimal mass obtaining. In the paper we obtain minimum values of the excitation coefficients for five boundary value problems, which are of great importance in engineering. We give the accuracy estimation of the WKB method for these problems. Numerical results are summarized in the table.

Key words: cylindrical shell, theory of shells, parametric oscillations of shells, radial loading, shell thickness, theory of elasticity, coefficients of excitation, dynamic stability.

References

1. Belov S. V. *Poristyye metally v mashinostroenii* [Porous metals applications in mechanical engineering]. Moscow, Mashinostroenie, 1981, 248 p. (in Russian).
2. Boldyrev A. B. Primenenie modelei tverdogo deformiruemogo tela peremennoi plotnosti v zadachah optimizatsii i prognozirovaniya massy aviacionnykh konstruktsii [Application of models of solid deformable body of variable density in problems of optimization and prediction of the mass of the airframe]. *Collection of scientific papers Science and technology. The results of the dissertation research. Ser. Selected works of the Russian school*, Moscow, Russian Academy of Sciences, 2009, vol. 1, pp. 177–200 (in Russian).
3. Vlasov V. Z. *Obshchaya teoriia obolochek* [General theory of shells]. Moscow, GITTL, 1949, 784 p. (in Russian).
4. Mochalin A. A. Ustoichivost neodnorodnoi cilindricheskoi obolochki ot neravnomernoi radialnoi nagruzki [Stability of non-homogeneous cylindrical about-shell from the uneven radial Noi load]. *Problems of machine engineering companies and reliability*, Moscow, 2014, no. 1, pp. 12–17 (in Russian).
5. Salnikov G. M. Dinamicheskaya ustoichivost' cilindricheskikh i konicheskikh obolochek krugovogo i nekrugovogo secheniya pri razlichnykh granichnykh usloviyakh [Dynamic stability of cylindrical and conical shells of circular and non-circular cross-section with various boundary conditions]. *The Collection Research on the theory of PLA-plates and shells*, Kazan, 1967, no. 5, pp. 469–479 (in Russian).
6. Bolotin V. V. *Dynamicheskaya ustoichivost' uprugikh sistem* [Dynamic us-persistence of elastic systems]. Moscow, GITTL, 1956, 600 p. (in Russian).

NEAR-RESONANT REGIMES OF A STEADY-STATE MOVING LOAD ON A TRANSVERSELY ISOTROPIC ELASTIC HALF-PLANE

D. A. Prikazchikov

School of Computing and Mathematics, Keele University, Keele, Staffordshire, ST5 5BG, UK, d.prikazchikov@keele.ac.uk

A moving load problem on a transversely isotropic elastic half-plane is considered under steady-state assumption. The approach relies on the hyperbolic-elliptic asymptotic model for surface wave, allowing drastic simplifications. In particular, the formulation is reduced to a Dirichlet problem for a scaled Laplace equation having a straightforward solution in terms of elementary functions. The obtained approximate solutions are valid for loads travelling at speeds close to surface wave speed.

Key words: moving load, transversely isotropic, near-resonant.