



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

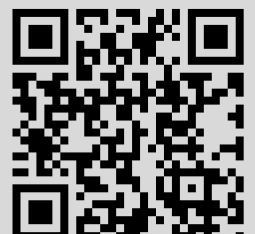
В. А. Шлычков, Численное исследование разрешения неустойчивости Кельвина–Гельмгольца в русловом потоке с поймой, *Сиб. журн. вычисл. матем.*, 2007, том 10, номер 4, 417–428

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.84

20 марта 2025 г., 14:56:35



Численное исследование разрешения неустойчивости Кельвина–Гельмгольца в русловом потоке с поймой*

В.А. Шлычков

УДК 551.465.553

Шлычков В.А. Численное исследование разрешения неустойчивости Кельвина–Гельмгольца в русловом потоке с поймой // Сиб. журн. вычисл. математики / РАН. Сиб. отд.-ние. — Новосибирск, 2007. — Т. 10, № 4. — С. 417–428.

Рассматриваются модельные течения в речном русле и пойме с различными скоростями. Тангенциальный разрыв скорости обуславливает развитие неустойчивости, связываемой с именами Кельвина, Гельмгольца. Сформулирована математическая постановка задачи исследования неустойчивости на основе двумерных плановых уравнений гидродинамики турбулентных течений. Проведено теоретическое исследование спектра линейных нормальных мод и получены характерные масштабы неустойчивых волн. При построении численной модели используется конечно-разностная сетка высокого пространственного разрешения, обеспечивающая возможность прямого описания крупных вихрей в поле турбулентности, генерируемых на линии раздела. Проводится анализ энергетических преобразований в системе “русло–пойма”, показана возможность реализации явлений противоградиентного переноса, известных как феномен “отрицательной вязкости”.

Ключевые слова: численное моделирование, турбулентность, неустойчивость Кельвина–Гельмгольца, монотонная схема, речной поток.

Shlychkov V.A. Numerical study of the Kelvin–Helmholtz instability resolution in a floodplain channel flow // Siberian J. Num. Math. / Sib. Branch of Russ. Acad. of Sci. — Novosibirsk, 2007. — Vol. 10, № 4. — P. 417–428.

Models of water flows with different velocities in the river channel are studied. The tangential velocity discontinuity causes development of the so-called Kelvin and Helmholtz instability. The mathematical statement of the problem of studying instability based on the two-dimensional planimetric equations of the turbulent flow hydrodynamics was formulated. When constructing a numerical model, a finite difference scheme of a high spatial resolution is used, providing a possibility of the direct description of large eddies generated in the turbulence field on the line of separation. Analysis of energy transformations in the system “channel-floodplain” is made, the possibility of realization of the antigradient transport, known as negative viscosity phenomenon, is shown.

Key words: numerical modeling, turbulence, Kelvin–Helmholtz, monotone scheme, Kelvin–Helmholtz instability, river flow.

Теоретическое изучение процессов взаимодействия течений в русле и пойме базируется обычно на решении уравнений механики жидкости, которые, как известно, не замкнуты. Осредненные уравнения Навье–Стокса содержат напряжения Рейнольдса, представляющие собой пульсационные потоки импульса. Для замыкания задачи используют частные гипотезы с введением коэффициента поперечного обмена, однако в целом проблема описания эффектов взаимовлияния русла и пойм остается нерешенной. Задача

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 05-05-98012).

определения параметров взаимодействия исключительно важна как для развития теории гидравлики потоков с различными свойствами, так и в практическом аспекте оценки регулирующей и аккумулирующей роли пойм при паводке.

Если считать скорости течения вдоль линии раздела русла и поймы постоянными, но различными, то в приближении идеальной жидкости такое течение оказывается абсолютно неустойчивым по Кельвину, Гельмгольцу [4]. Наличие тангенциального разрыва скорости обуславливает экспоненциальный рост малых возмущений для всего спектра волновых чисел. Учет вязкости приводит к формированию коротковолнового усечения в спектре неустойчивых мод, причем кривая, характеризующая скорость роста неустойчивых возмущений, образует выраженный максимум на спектральной оси. Этот максимум определяет спектральное окно [2], в котором продуцируется энергия неустойчивости, и задает пространственно-временной спектр возмущений, подлежащих детализации с помощью численной модели. Смежный с ним инерционный интервал спектра с большими волновыми числами служит каналом каскадной передачи энергии в микромасштабный интервал, где происходит ее диссипация.

Метод крупных вихрей, известный также как LES (Large Eddy Simulation), основан на декомпозиции спектра турбулентных движений на энергоактивный и инерционный интервалы. Это обстоятельство дает возможность разделения гидродинамических полей на крупные вихри и мелкомасштабные пульсации, причем крупновихревое движение может быть рассчитано отдельно, что связано с достаточной изотропностью и универсальностью микромасштабов турбулизованного потока. Мелкомасштабный спектр исключается из исходных уравнений применением операции фильтрации и учитывается на основе обычного диффузионного замыкания. Крупновихревая часть движений рассчитывается явно путем решения фильтрованной нестационарной системы уравнений. Отметим, что основы современных LES-технологий были заложены в работах Дирдорфа [9] при решении задач разрешения конвективной неустойчивости в пограничном слое атмосферы и в последнее время используются для исследования вертикального перемешивания в водоемах [8, 11]. Работ по использованию LES-моделирования применительно к русловым водотокам нам не известно.

Цель данной работы заключается в построении численной вихререзающей модели для описания взаимодействия руслового и пойменного течений с прямым воспроизведением индивидуальной структуры турбулентных крупных вихрей, генерируемых на границе раздела. Результирующие гидродинамические поля, полученные интегрированием детерминированной системы уравнений, представляют квазиупорядоченную совокупность вихревых образований (когерентных структур) и служат для расчета интегральных параметров взаимодействия, в частности, коэффициента обмена импульсом между русловым и пойменным потоками.

1. Постановка задачи

Вывод уравнений сохранения импульса и массы основан на применении масштабного фильтра [2] к системе уравнений Навье–Стокса и пренебрежении компонентами напряжений Леонарда, образованных смешанными произведениями. Далее проводится осреднение уравнений по глубине потока и переход к рассмотрению двумерной плановой задачи. Для описания инерционного интервала турбулентного спектра, не разрешаемого явно в рамках принятой ширины фильтра, используется один из вариантов модели Смагоринского, ориентированный на параметризацию подсеточных масштабов в численных моделях плоского горизонтального потока [12].

В горизонтальной плоскости введем декартову систему координат с осями x, y так, чтобы ориентация основного течения совпадала с направлением оси y . Поверхность дна зададим уравнением $z = \delta(x, y)$, где δ — функция, описывающая рельеф. Уравнения модели плановых турбулентных течений запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial h u}{\partial t} + \frac{\partial h u u}{\partial x} + \frac{\partial h u v}{\partial y} &= -gh \frac{\partial (h + \delta)}{\partial x} - \frac{\lambda_u}{2} |\vec{u}| u + \frac{\partial}{\partial x} (hK D_T) + \frac{\partial}{\partial y} (hK D_S), \\ \frac{\partial h v}{\partial t} + \frac{\partial h u v}{\partial x} + \frac{\partial h v v}{\partial y} &= -gh \frac{\partial (h + \delta)}{\partial y} - \frac{\lambda_u}{2} |\vec{u}| v + \frac{\partial}{\partial x} (hK D_S) - \frac{\partial}{\partial y} (hK D_T), \quad (1) \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial u h}{\partial x} + \frac{\partial v h}{\partial y} &= 0, \end{aligned}$$

где t — время, h — глубина потока, u, v — компоненты горизонтальной скорости, g — ускорение силы тяжести, λ_u — безразмерный коэффициент гидравлического трения; $|\vec{u}| = \sqrt{u^2 + v^2}$ — модуль скорости течения, $D_T = u_x - v_y$, $D_S = v_x + u_y$ — компоненты плоской деформации. Коэффициент турбулентного обмена K рассчитывается с помощью соотношения

$$K = \alpha \frac{\Delta s}{2} \sqrt{D_T^2 + D_S^2},$$

где $\Delta s = \Delta x \cdot \Delta y$ — площадь элементарной x, y -ячейки, α — множитель пропорциональности.

Сформулируем начальные и краевые условия. Рассмотрим ограниченную часть водотока и зададим расчетную область в виде прямоугольника $\{-L_x \leq x \leq L_x\} \times \{0 \leq y \leq L_y\}$. Дно водоема схематизируем наклонным каналом с продольным уступом, расположенным по линии $x = 0$, причем подобласть $x < 0$ относится к русловой части водотока, а подобласть $x > 0$ — к пойменной. Считая невозмущенный уклон свободной поверхности i_y одинаковым во всей области, найдем постоянные “равновесные” значения скоростей из соотношений

$$0 = -gh_j i_y - \frac{\lambda_j}{2} v_j^2, \quad j = 1, 2, \quad (2)$$

где индекс “1” относится к русловой части потока, а индекс “2” — к пойменной. Каждый из наборов $\{u_1, v_1, h_1\}$, $\{u_2, v_2, h_2\}$ при $u_1 = u_2 = 0$ формально является решением одномерного аналога уравнений (1). На входном сечении будем считать известными распределение скоростей и глубин на пойме и в русле

$$\begin{aligned} u &= 0, \quad v = v_1, \quad h = h_1 \quad \text{при } y = 0, \quad x < 0; \\ u &= 0, \quad v = v_2, \quad h = h_2 \quad \text{при } y = 0, \quad x > 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Выходная и боковые границы считаются открытыми и на них задаются условия

$$\frac{\partial u}{\partial n} = \frac{\partial v}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial h}{\partial n} = 0, \quad (4)$$

где n — направление нормали к границе.

В качестве начальных полей примем решение, составленное из глубин и скоростей режимов 1, 2.

2. Анализ линейных нормальных мод

При исследовании классической неустойчивости Кельвина–Гельмгольца рассматриваются два полубесконечных слоя идеальной несжимаемой жидкости, движущихся с разными скоростями [4]. В этом случае частота распространения малых гармонических возмущений оказывается комплексной величиной, что и означает неустойчивость течения с разрывом скорости.

Этот вывод не очевиден при рассмотрении жидкости конечной толщины. С целью изучения устойчивости двумерного планового течения, заданного соотношениями (2), рассмотрим однородные аналоги системы (1), линеаризованные относительно параметров основного потока в русле V_1, H_1 и на пойме V_2, H_2 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_j}{\partial t} + V_j \frac{\partial u_j}{\partial y} &= -g \frac{\partial h_j}{\partial y} - r_j u_j + K \frac{\partial^2 u_j}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial v_j}{\partial t} + V_j \frac{\partial v_j}{\partial y} &= -g \frac{\partial h_j}{\partial y} - r_j v_j + K \frac{\partial^2 v_j}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial h_j}{\partial t} + V_j \frac{\partial v_j}{\partial y} + H_j \left(\frac{\partial u_j}{\partial x} + \frac{\partial v_j}{\partial y} \right) &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где $(u_j, v_j, h_j) \equiv \phi_j$ ($j = 1, 2$) — малые возмущения, r_j — постоянные коэффициенты сопротивления. Искомые вектор-функции ϕ_1, ϕ_2 удовлетворяют системе линейных дифференциальных уравнений (5), частными решениями которых являются функции вида

$$\phi_j = \psi_j(x) \exp(i\kappa_y y - i\omega t), \quad (6)$$

где κ_y — волновое число возмущения в направлении течения, ω — комплексная частота. Если найдутся такие ω , что $\exp(-i\omega t)$ будет возрастать со временем, то движение считается неустойчивым. Таким образом, исследование спектра неустойчивых волн свелось к нахождению собственных чисел ω .

Исключая из (5) компоненты скорости с помощью перекрестного дифференцирования, получим обыкновенные дифференциальные уравнения 2-го порядка по x для определения амплитуд h_1, h_2 . В качестве краевых условий используются предположения о непрерывности поперечных скоростей и уровней на линии раздела, а также условие ограниченности решения при $x \rightarrow \pm\infty$. Зависимость искомых переменных от x тогда выразится формулой

$$\psi_j(x) \sim \exp(\kappa_x^{(j)} x), \quad (7)$$

где $\kappa_x^{(j)}$ — комплексные волновые числа в поперечном направлении, зависящие от параметров задачи, причем $\text{Re}(\kappa_x^{(1)}) > 0$ в русловой части потока (полуплоскость $x < 0$) и $\text{Re}(\kappa_x^{(2)}) < 0$ в пойменной части ($x > 0$).

С учетом (7) получим, что частота ω является корнем алгебраического уравнения 4-й степени

$$\begin{aligned} H_1 [gH_1\kappa_y^2 - (\omega - \kappa_y V_1)^2 - iR_1(\omega - \kappa_y V_1)] (\omega - \kappa_y V_2 + iR_2)^2 \\ = H_2 [gH_2\kappa_y^2 - (\omega - \kappa_y V_2)^2 - iR_2(\omega - \kappa_y V_2)] (\omega - \kappa_y V_1 + iR_1)^2, \end{aligned} \quad (8)$$

где $R_j = r_j + K \cdot \kappa_y^2$. Анализ уравнения (8) показывает, что в отличие от двуслойного пространственного течения, в двумерной плановой задаче тангенциальный разрыв скорости не является безусловно неустойчивым. Так, при одинаковых глубинах поймы и русла $H_1 = H_2$ и в отсутствие сил трения и диссипации получаем единственное собственное значение $\omega = \kappa_y(V_1 + V_2)/2$, которое является устойчивым (нейтральным) и отвечает переносу возмущений со средней скоростью. При $V_1 = V_2$ также получаем нейтральные решения с действительными $\omega_{1,2} = \kappa_y[V \pm \sqrt{g(H_1 + H_2)}]$, которые описывают распространение поверхностных волн без изменения амплитуды. При задании вязкости $K > 0$ нейтральные возмущения становятся затухающими со временем.

В общем случае уравнение (8) решалось численным методом. В решении возможно появление одного корня с положительной мнимой частью. Распределение $Im(\omega)$ по спектру показывает кривая 1 на рис. 1, полученная при $H_1 = 4$ м, $H_2 = 0.8$ м, $K = 0$ (значения других параметров совпадают с константами численного эксперимента, описанного ниже). Отметим абсолютный характер неустойчивости, выражающийся в неограниченном увеличении скорости роста с уменьшением масштаба возмущений. Стабилизация длинноволновых возмущений (при $L_y > 2.7$ м) обусловлена влиянием донного сопротивления. Введение турбулентной вязкости (кривая 2) приводит к подавлению коротких волн и формированию спектрального максимума, приходящегося на возмущения с размерами около 0.5 м. Как видно из рис. 1, характерное время развития доминирующих нормальных мод составляет примерно 1 с. Следует отметить, что положение и ширина интервала неустойчивости на оси волновых чисел значительно зависят от заданных параметров глубин и скоростей в отсеках потока. Обсуждаемый вариант распределения ω представляет здесь интерес как теоретическая предпосылка при получении численного решения в рассматриваемом диапазоне спектра.

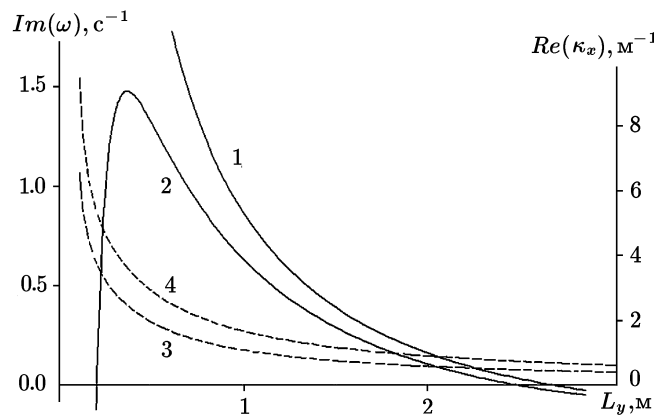


Рис. 1. Распределение показателя роста $Im(\omega)$ при отсутствии (кривая 1) и учете (кривая 2) вязкости; скорость затухания возмущений в поперечном направлении в русле (кривая 3) и пойме (кривая 4)

Представляет интерес оценить скорость затухания решения с удалением от границы раздела. Кривые 3, 4 на рис. 1 иллюстрируют характер изменения вещественной части показателей $\kappa_x^{(1)}$, $\kappa_x^{(2)}$, фигурирующих в представлении (7). Видно, что амплитуда мелкомасштабных возмущений весьма быстро затухает в поперечном направлении, а неустойчивым быстрорастущим модам соответствуют значения $\kappa_x \approx 2$ м⁻¹. Отсюда следует, что характерный поперечный масштаб возмущений составляет около 1 м.

3. Энергетические преобразования

С целью анализа механизмов обмена между русловым и пойменным течениями рассмотрим уравнения энергии, вытекающие из системы (1) при покомпонентном умножении на u, v, gh и приведении результата к дивергентной форме с использованием уравнения неразрывности

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{\partial u E_x}{\partial x} + \frac{\partial v E_x}{\partial y} &= \Pi_x - g \left(\frac{\partial h^2 u}{\partial x} + hu \frac{\partial \delta}{\partial x} \right) - \frac{\lambda_u}{4} |\vec{u}| u^2 + \\ &\quad \frac{\partial}{\partial x} (hu K D_T) + \frac{\partial}{\partial y} (hu K D_S) - \left[hK \left(D_T \frac{\partial u}{\partial x} + D_S \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right], \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} + \frac{\partial u E_y}{\partial x} + \frac{\partial v E_y}{\partial y} &= \Pi_y - g \left(\frac{\partial h^2 v}{\partial y} + hv \frac{\partial \delta}{\partial y} \right) - \frac{\lambda_u}{4} |\vec{u}| v^2 + \\ &\quad \frac{\partial}{\partial x} (hv K D_S) - \frac{\partial}{\partial y} (hv K D_T) - \left[hK \left(D_S \frac{\partial v}{\partial x} - D_T \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right], \\ \frac{\partial P}{\partial t} &= -\Pi_x - \Pi_y, \end{aligned} \quad (9)$$

где $E_x = h \frac{u^2}{2}$, $E_y = h \frac{v^2}{2}$ — составляющие кинетической энергии, $P = g \frac{h^2}{2}$ — потенциальная энергия, $\Pi_x = gh \frac{\partial uh}{\partial x}$, $\Pi_y = gh \frac{\partial vh}{\partial y}$ — скорости трансформации кинетической энергии в потенциальную. Заметим, что слагаемые в квадратных скобках в (9) при сложении образуют знакоопределенную величину $-hK(D_S^2 + D_T^2)$, имеющую смысл скорости диссипации полной кинетической энергии.

Получим уравнения для величин $\langle E_x \rangle$, $\langle E_y \rangle_1$, $\langle E_y \rangle_2$, где угловые скобки означают интегрирование по x, y -области в пределах всего участка, в пределах русла и в пределах поймы соответственно. Указанные компоненты кинетической энергии характеризуют интегральную долю поперечных $\langle E_x \rangle$ и продольных движений в русле $\langle E_y \rangle_1$ и пойме $\langle E_y \rangle_2$ в общем энергетическом балансе. Анализ соотношений, полученных в результате интегрирования по пространству уравнений (9), показывает, что энергетические превращения обусловлены поступлением (выведением) энергии с границ области (G), источником, связанным с уклоном дна (S), диссипативными стоками (D) и внутренними переходами. В контексте проблемы взаимодействия интерес представляют внутренние связи, посредством которых реализуется энергообмен компонентов $\langle E_y \rangle_1$, $\langle E_y \rangle_2$. Основным механизмом передачи энергии движения от русла к пойме является поперечная адвекция, обуславливающая прямое преобразование $\langle E_y \rangle_1 \rightarrow \langle E_y \rangle_2$ со скоростью $\Pi_a = \int u E_y |_{x=0} dy$ (рис. 2). При неразвитом поле поперечных скоростей ($u \approx 0$) поток Π_a заблокирован, и определенную роль играют процессы турбулентной вязкости, однако ведущим в этом случае оказывается переход $\langle E_y \rangle_1 \rightarrow \langle P \rangle$, т.е. переход кинетической энергии руслового потока в потенциальную со скоростью $\langle \Pi_y \rangle_1$. Высвобождение накопленной потенциальной энергии приводит в действие поток $\langle \Pi_x \rangle$ (в силу соотношения $\langle \Pi_x \rangle \approx -\langle \Pi_y \rangle$, вытекающего из уравнения для P) и позволяет разблокировать поток Π_a и реализовать прямой обмен $\langle E_y \rangle_1 \rightarrow \langle E_y \rangle_2$ (рис. 2).

Другой возможный тип перераспределения энергии заключается в цепочке $\langle E_y \rangle_1 \rightarrow \langle P \rangle \rightarrow \langle E_y \rangle_2$, отражающей разгрузку потенциальной энергии в пойменной части (рис. 2). Этот механизм действует за счет распространения волновых возмущений по поверхности.

На основе численных экспериментов будет показано, что ведущим является первый (адвективный) механизм. С ростом амплитуды неустойчивых мод на линии раздела раз-

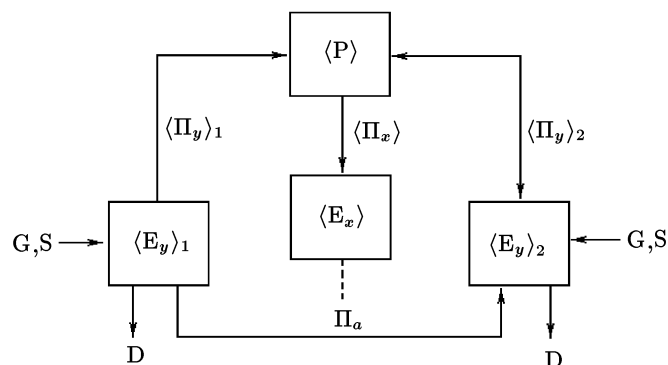


Рис. 2. Схема внутренних переходов энергии в системе “русло–пойма”

вивается система поверхностных волн с незначительными поперечными скоростями. Этому процессу отвечает переход кинетической энергии руслового потока в потенциальную энергию $\langle E_y \rangle_1 \rightarrow \langle P \rangle$, связанную с возвышением поверхности. Достигая “конечных” размеров, обусловленных некоторым насыщающим значением P , волны начинают разрушаться вследствие неоднородности уроченной поверхности с образованием поперечных пульсаций скорости (переход $\langle P \rangle \rightarrow \langle E_x \rangle$ на рис. 2). Возникающий поперечный перенос запускает адвективный механизм транспорта $\langle E_y \rangle_1$ посредством потока Π_a (пунктир на рис. 2), что приводит к пополнению энергии $\langle E_y \rangle_2$ на пойме. Приведенный анализ качественно объясняет реально наблюдаемую картину развития возмущений на границе взаимодействующих потоков [1] — именно, вначале формируется волновая поверхность, а подвижные вихри возникают как вторичное явление.

4. Метод решения, задание параметров

Задача (1)–(4) решалась методом конечных разностей по пространству и времени. Использовалась равномерная прямоугольная сетка с узлами, разнесенными по граням элементарного пространственного бокса. “Распатанные” сетки позволяют эффективно строить консервативные схемы второго порядка точности на основе центральных разностей, а применяемые неявные методы обеспечивают нужный запас устойчивости при многошаговом интегрировании. Расчет параметров потока на скачке донного профиля выполнялся методом распада разрыва по методике [6].

Пространственная дискретизация операторов адвекции основана на представлениях о схемах с невозрастанием полной вариации (Total Variation Diminishing, TVD), гарантирующих монотонность решения путем использования перестраивающегося шаблона и подходящего выбора аппроксимации производных в различных участках численного решения. Неявная часть TVD-операторов алгоритмизировалась в соответствии с методом [10]. Алгебраические системы конечно-разностных уравнений решались методом неполной факторизации.

Теоретический анализ [7] и экспериментальные исследования [1] показали, что разрешение неустойчивости Кельвина–Гельмгольца при движении воды с разными скоростями в природных водотоках реализуется в виде вихрей с характерными масштабами десятки сантиметров. Эти данные близки к оценкам масштабов нормальных мод, полученных выше, что позволяет однозначно выбрать спектральное окно и связанное с ним сеточное разрешение. Учитывая необходимость воспроизведения вихревого ансамбля, обеспечивающего статистическую достоверность средних характеристик, рассмотрим узкую,

вытянутую по течению область с полушириной $L_x = 3$ м, длиной $L_y = 80$ м и сеточными шагами $\Delta x = \Delta y = 0.05$ м. Метод решения позволяет задавать временной шаг в довольно широких пределах, однако для детализации резких флуктуаций скорости его значение принималось равным $\Delta t = 0.002$ с.

Наблюдениями установлено, что интенсивный крупновихревой генезис возможен лишь в условиях значительной разницы скоростей в русле и на пойме. Исходя из этого, в рамках стилизации натуральных данных характеристики основного потока зададим значениями $h_1 = 4$ м, $v_1 = 5$ м/с, $h_2 = 0.8$ м, $v_2 = 1$ м/с, подбирая подходящим образом свободные параметры i_y , λ_1 , λ_2 в соотношениях (2).

5. Результаты расчетов

Заданные равенствами (2) начальные поля тривиально удовлетворяют исходным уравнениям. С целью выведения системы из состояния неустойчивого равновесия на уровенную поверхность одномоментно были наложены случайные возмущения малой амплитуды ($\Delta h \leq 0.01$ м) с нулевым математическим ожиданием.

Численные эксперименты показывают, что квазистационарный режим течения на принятых пространственных масштабах наступает после 6–8 с физического времени. Он характеризуется сравнительно слабой изменчивостью средних параметров течения (продольных скоростей и уровней), на фоне которых развиваются быстротекущие процессы генерации крупных вихрей, осуществляющих поперечный массоэнергообмен между руслом и поймой.

Поверхность уровня $\zeta = h + \delta$ представляет собой совокупность ориентированных поперек потока возвышений и понижений в виде валов с характерными амплитудами ± 0.2 м. Поле ζ показано на рис. 3 в виде трехмерной поверхности (начальное положение уровня отмечено точечной линией на продольной боковой грани, положение поймы выделено черной полосой на торцевой грани). Возвышения поверхности более отчетливо выражены на пойме, для русловой части характерны глубокие минимумы уровня.

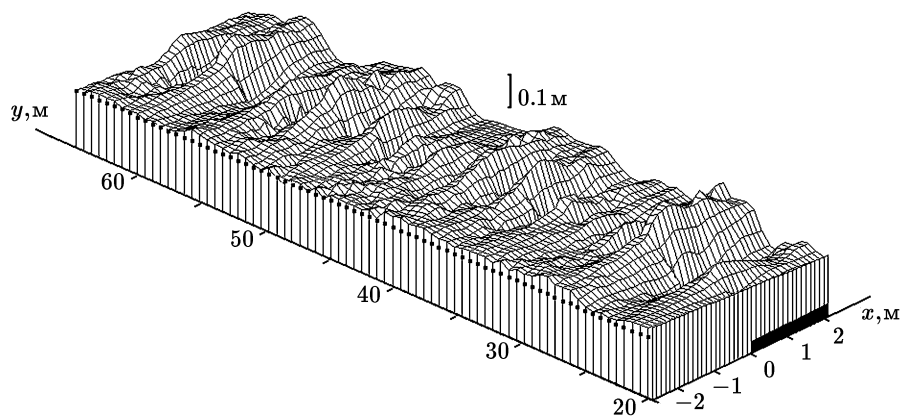


Рис. 3. Рельеф свободной поверхности при развитии взаимодействия русла и поймы

Эволюция ансамбля крупных вихрей имеет двоякий характер: наряду с упорядоченным развитием организованных индивидуальных структур (рис. 3) пространственная хаотичность полей и перманентная генерация новых неустойчивых возмущений привносят в динамику элементы стохастичности. В ходе разномасштабных взаимодействий время от времени формируются аномально высокие градиенты свободной поверхности, обра-

зованные, как правило, близлежащими понижением и возвышением уровня. В этих случаях наблюдается резкое увеличение поперечной скорости до 3–5 м/с и выброс вихря в сторону от динамической оси.

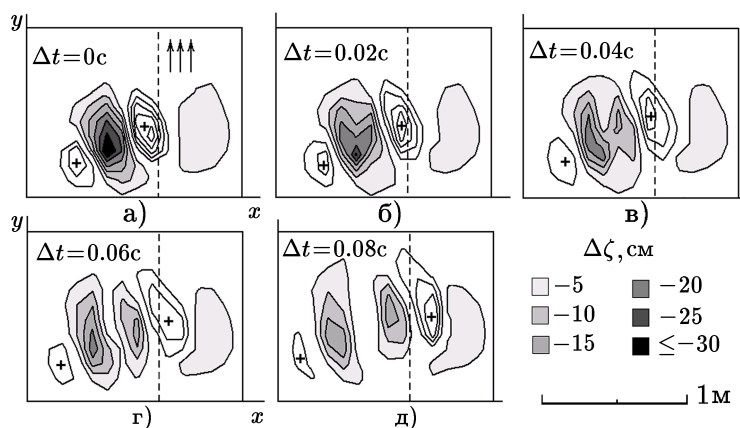


Рис. 4. Поле отклонений уровня в различные моменты времени при отрыве вихря от линии раздела

На рис. 4 показаны последовательные стадии формирования изолированного вихревого возмущения, сгенерированного вблизи линии раздела $x = 0$ (отмечена пунктиром). Фрагмент размером $1.4 \times 1.1 \text{ м}^2$ полного поля отклонений уровня $\Delta\zeta$ на рис. 4 построен с интервалом 0.02 с , начиная с некоторого момента $\Delta t = 0$, который характеризуется экстремальным значением перепада уровней в поперечном направлении. (Изолинии $\Delta\zeta$ построены с шагом 5 см , области $\Delta\zeta > 0$ покрыты заливкой различной яркости, области $\Delta\zeta < 0$ отмечены знаком “+”.) Локальный перепад уровней свободной поверхности развивается вследствие нелинейного взаимодействия неустойчивых возмущений с разными волновыми числами и к указанному моменту составляет около 62 см , из которых 25 см приходится на возвышение $\Delta\zeta > 0$ (рис. 4а).

Глубина урванной впадины достигает сравнительно больших значений ($\approx 37 \text{ см}$), а суммарный градиент давления приводит к образованию значительных амплитуд поперечной скорости ($|u| \approx 3.8 \text{ м/с}$). Под влиянием адвекции периферийные области воронки расходятся в противоположные стороны и ядро депрессии разделяется на две части (рис. 4б,в,г) с одновременным уменьшением амплитуд $\Delta\zeta$. В итоге формируется изолированное от “родительского” вихря мелкомасштабное возмущение (рис. 4д), которое перемещается поперек основного потока с удалением от линии раздела в глубоководную часть водотока (влево на рис. 4д). Характерный размер таких вихрей составляет $0.5\text{--}0.8 \text{ м}$, а время жизни измеряется долями секунды. По мере удаления от пойменного уступа интенсивность возмущения падает, глубина воронки уменьшается и поверхность уровня выравнивается. Этот период соответствует рассеянию энергии вихря.

Наличие вихревых дорожек на границе руслового и пойменного потоков подтверждается натурными наблюдениями [1]. Так, на р. Большой Енисей при разнице в скоростях на пойме и в русле 4.6 м/с развивалась зона вихрей вдоль линии взаимодействия, масштабы которых изменялись от 15 до 150 см , а центры смещались со временем в русловую область. Период существования отдельных вихрей не превышал нескольких секунд. Полученные выше параметры модельных вихрей качественно и отчасти количественно соответствуют этим экспериментальным данным.

Следует отметить, что строгой регулярности в процессе генерации вихрей не обнару-

живается. Возмущения зарождаются в произвольные моменты времени в произвольной точке, лежащей в окрестности сопряжения русла и поймы. Это позволяет отнести их к классу когерентных структур [5] как элементов поля крупновихревой турбулентности.

Рассмотрим энергетические характеристики решения. На рис. 5 представлен ход интегральных составляющих энергобаланса на 3-х секундном временном интервале. Поток $\langle \Pi_y \rangle_1$ (кривая 1) отрицателен, что соответствует переходу $\langle E_y \rangle_1 \rightarrow \langle P \rangle$ и формированию волновых возмущений поверхности. Отдельные выбросы кривой 1 совпадают с моментами кратковременного увеличения энергии поперечных движений $\langle E_x \rangle$ (кривая 5) и отвечают процессам генерации и отрыва вихрей разной интенсивности. Поток $\langle \Pi_y \rangle_2$ (кривая 2) оказывается знакопеременным: относительно небольшие положительные значения в окрестности точки $t = 10.5$ с указывают на переход $\langle P \rangle \rightarrow \langle E_y \rangle_2$, т. е. на механизм обмена второго типа из рассмотренных выше. Его вклад, однако, мал и по величине, и во времени.

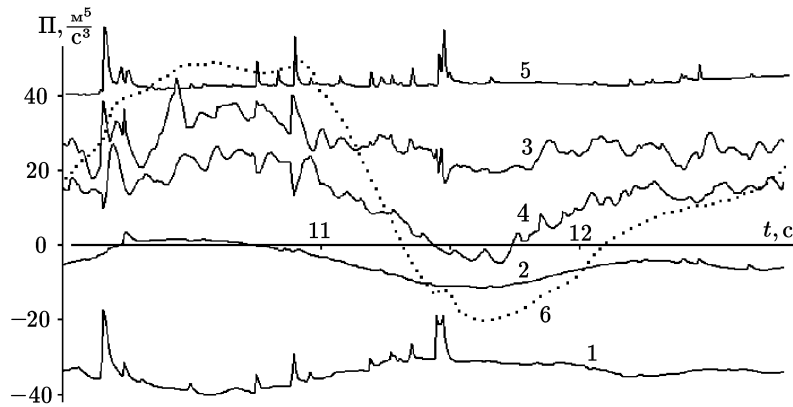


Рис. 5. Изменение со временем энергетических потоков $\langle \Pi_y \rangle_1$, $\langle \Pi_y \rangle_2$, $\langle \Pi_x \rangle$, Π_a (кривые 1, 2, 3, 4 соответственно), кинетической энергии $\langle E_x \rangle$ (кривая 5) и статистического момента $uv\bar{h}$ (кривая 6)

Кривая 3 на рис. 5 показывает скорость генерации кинетической энергии поперечных движений $\langle \Pi_x \rangle$, а кривая 4 — скорость передачи энергии от руслового потока к пойменному Π_a . Нерегулярные короткопериодные биения кривых отражают стохастическую структуру процесса взаимодействия и обусловлены сильной пространственно-временной изменчивостью поперечных пульсаций. Качественное сходство графиков свидетельствует о внутренней связи потоков $\langle \Pi_x \rangle$, Π_a через поле u .

При построении моделей реальных русел с поймами используют довольно грубые сетки с пространственными шагами в десятки и более метров. Разрешающая способность таких моделей не позволяет воспроизводить описанные тонкие процессы взаимодействия. В связи с этим возникает необходимость параметризации эффектов взаимодействия путем введения интегрального коэффициента поперечного обмена \bar{K}_a в рамках градиентно-диффузионного приближения Буссинеска, которое в наших обозначениях имеет вид

$$\bar{h} \bar{K}_a \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} = -\tau, \quad (10)$$

где чертой сверху отмечены средние поля, определенные на грубой сетке, $\tau = \overline{uv\bar{h}}$ — аналог турбулентных напряжений Рейнольдса. Последние, как правило, неизвестны и на практике для расчета \bar{K}_a используют эмпирические методы весьма невысокой точности. Вихреразрешающая модель с прямым воспроизведением турбулентных структур

позволяет явно рассчитать \overline{uvh} как статистическую корреляцию расчетных полей u, v, h и, тем самым, получить адекватные оценки средних параметров обмена.

Кривая 6 на рис. 5, построенная по максимальному значению $0.24 \text{ м}^3/\text{с}^2$, показывает изменение со временем расчетных значений τ . Средняя величина τ на интервале его положительных значений составляет около $0.15 \text{ м}^3/\text{с}^2$. Учитывая, что заметные изменения продольной скорости наблюдаются лишь в пределах полосы примерно двухметровой ширины, оценим поперечный градиент скорости в (10) как $\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \approx -1.8 \text{ с}^{-1}$. Приведенные значения дают для искомого коэффициента $\bar{h} \bar{K}_a \approx 0.08 \text{ м}^3/\text{с}$.

В интервале $11.3 < t < 12.1 \text{ с}$ значения τ отрицательны (кривая 6 на рис. 5), попытка формального применения соотношения (10) приводит к некорректным $\bar{K}_a < 0$ и понятие коэффициента турбулентного обмена становится условным. Феномен “отрицательной вязкости” возникает обычно при разрешении различных видов неустойчивости и сопровождается аномальным переносом субстанции против средних градиентов. Анализ пространственной структуры напряжений Рейнольдса показывает, что отрицательные значения τ формируются под влиянием крупных вихрей, подобных изображенному на рис. 4, которые перемещаясь в сторону русла, переносят импульс в более быстрый поток, т. е. против градиента скорости. Для формулирования интегральных моделей этих процессов соотношение (10) не является конструктивным, и алгоритмы турбулентного замыкания строятся на базе других подходов, основанных, например, на рассмотрении моментов высокого порядка [3].

Выполненное исследование указывает на качественное соответствие численных результатов и данных наблюдений. Вихреразрешающее моделирование позволяет развить представления о механизмах взаимодействия турбулентных течений в руслах и поймах и указывает пути эффективного построения схем параметризации быстрого массоэнергообмена для их учета в гидравлических моделях паводковых явлений.

Список литературы

- [1] Барышников Н.Б. Морфология, гидрология и гидравлика пойм. — Л.: Гидрометеоздат, 1984.
- [2] Белоцерковский О.М., Опарин А.М. Численный эксперимент в турбулентности: от порядка к хаосу. — М.: Наука, 2000.
- [3] Курбацкий А.Ф. Моделирование нелокального турбулентного переноса импульса и тепла. — Новосибирск: Наука, 1988.
- [4] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.6. Гидродинамика. — М.: Физматлит, 1988.
- [5] Монин А.С. Об определении когерентных структур // ДАН СССР. — 1991. — Т. 318, № 4. — С. 853–856.
- [6] Остапенко В.В. О разрывных решениях уравнений “мелкой воды” над уступом дна // Прикладная механика и техническая физика. — 2002. — Т. 43. — С. 212–220.
- [7] Таунсенд А.А. Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. — М.: Изд-во иностр. лит., 1959.
- [8] Шлычков В.А. Исследование вертикального переноса плавучей примеси в водоеме с помощью вихреразрешающей модели // Оптика атм. и океана. — 2001. — Т. 14, № 6-7. — С. 633–636.

- [9] **Deardorff J.W.** Three-dimensional numerical study of turbulence in an entraining mixed layer // *Boundary Layer Meteorology*. — 1974. — Vol. 7. — P. 199–226.
- [10] **Harten A.** On a class of high resolution total-variation-stable finite-difference schemes // *SIAM Journal of Numerical analysis*. — 1984. — Vol. 21, № 1. — P. 1–23.
- [11] **Large G., Gent P.R.** Validation of vertical mixing in an equatorial ocean model using large eddy simulations and observations // *J. Phys. Oceanogr.* — 1999. — Vol. 29, № 3. — P. 449–464.
- [12] **Smagorinsky J.** General circulation experiments with the primitive equations: 1. The basic experiment // *Mon. Weather Rev.* — 1963. — Vol. 91, № 1. — P. 1–12.

Институт водных и экологических проблем СО РАН
(Новосибирский филиал),
Морской проспект, 2,
Новосибирск, 630090
E-mail: slav@ad-sbras.nsc.ru

Статья поступила
27 сентября 2006 г.
Переработанный вариант
24 апреля 2007 г.