

Общероссийский математический портал

В. П. Скрипов, В. В. Мансуров, Амплитудно-частотное представление фликкер-шума, *Докл. РАН*, 1994, том 334, номер 2, 159–160

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением  
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.83

23 января 2025 г., 18:56:42



УДК 536.42:519.218.7

## АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФЛИККЕР-ШУМА

© 1994 г. Академик В. П. Скрипов, В. В. Мансуров

Поступило 21.09.93 г.

При изучении шумов в потоковых системах различной природы обнаруживается фликкер-шум, или  $1/f$ -шум [1]. Для него спектральная плотность флуктуаций  $S(f)$  обратно пропорциональна частоте гармонических колебаний  $f$ . Для шумов, вызванных непосредственно тепловым движением, характерен белый шум с  $S(f)$ , не зависящий от частоты (теорема Найквиста). Фликкер-шум становится заметным на фоне белого шума, а затем преобладающим, при достаточно низких частотах. Поэтому исследователи стремятся провести запись шума на больших интервалах времени  $\tau > f_{\min}^{-1}$ , где  $f_{\min}$  – минимальная частота гармоники при спектральном анализе шума. Так, при изучении шумов в полупроводниках измерения доведены до  $f \approx 10^{-6}$  Гц [2].

Спектральный анализ – не единственный способ изучения шума. Можно, например, анализировать временную развертку шума по частоте  $\nu_a$  появления выбросов, превышающих заданный уровень  $a$  флуктуирующей переменной  $A(t)$ , и находить средние значения  $\bar{\nu}_a$ . Будем называть такой способ амплитудно-частотным представлением шума. Установим связь этого представления со спектральным представлением в обычном предположении гауссовского характера шума. Рассмотрение такой задачи полезно для расширения арсенала методов изучения низкочастотных шумов в полупроводниках и в системах другой природы, поскольку оказалось, что фликкер-шум – весьма распространенное явление [2, 3]. Его механизм не вполне понятен и продолжает выясняться [4, 5].

В некоторых экспериментальных ситуациях амплитудно-частотный анализ шума предпочтительнее, чем спектральный анализ. По-видимому, так обстоит дело в отношении гомогенной нуклеации в перегретых и переохлажденных жидкостях [6]. Поток зародышей новой фазы в метастабильной системе связан с флуктуациями

плотности числа частиц (параметра порядка). Масштаб этих флуктуаций в энергетической оценке  $\Delta E$  сопоставим с активационным барьером нуклеации  $W$ . Высота барьера  $W$  уменьшается с ростом пересыщения первоначальной фазы. В эксперименте определяется стационарный поток зародышей. Предполагается, что он коррелирует со средней частотой  $\bar{\nu}_{\Delta E}$  появления выбросов  $\Delta E \geq W$ . Для спектрального анализа самих флуктуаций требуются другие методы наблюдения. В статье [6] хотя и отмечено различие спектрального и амплитудно-частотного представлений шума, но связь между ними не установлена.

Такая задача в принципиальном плане решена для стационарных случайных процессов, если известно двумерное распределение  $\varphi(a, \nu)$  ординаты  $A(t)$  случайной функции и ее производной  $V(t)$  [7]. Именно, среднее число выбросов в единицу времени, которые превышают уровень  $A(t) = a$ , равно

$$\bar{\nu}_a = \int_0^{\infty} \nu \varphi(a, \nu) d\nu. \quad (1)$$

Для стационарных гауссовских процессов интеграл в (1) можно вычислить. Если флуктуации имеют спектральную плотность  $S(f)$  и  $A = 0$ , то соотношение для среднего числа выбросов имеет вид [7]

$$\bar{\nu}_a = \frac{1}{2\pi} \frac{\left[ \int_0^{\infty} S(f) f^2 df \right]^{1/2}}{\left[ \int_0^{\infty} S(f) df \right]^{1/2}} \exp \left[ - \frac{a^2}{4 \int_0^{\infty} S(f) df} \right]. \quad (2)$$

Предположим теперь, что шум может быть либо белым, либо фликкер-шумом. Обозначим  $f^*$  частоту, при которой спектральные плотности белого шума  $S_1(f)$  и фликкер-шума  $S_2(f)$  равны. Нас интересует область  $f < f^*$ . Для устранения расходимости интегралов в (2) нужно обрезать  $S_1(f)$  сверху, а  $S_2(f)$  как сверху, так и снизу. Примем в качестве верхней граничной частоты  $f = f^*$ , а нижнюю границу обозначим  $f_0$ . Тогда для спектральной

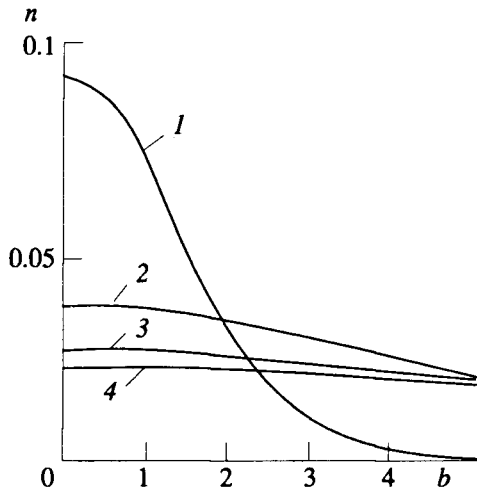


Рис. 1. Зависимость среднего числа выбросов  $n$  случайной величины в единицу времени от высоты уровня в безразмерных переменных: 1 – белый шум, 2, 3, 4 – фликкер-шум;  $\omega_0 = 10^{-4}$  (2),  $10^{-8}$  (3),  $10^{-12}$  (4).

плотности белого шума и фликкер-шума имеем выражения

$$S_1(f) = \begin{cases} B, & 0 \leq f \leq f^* \\ 0, & f > f^* \end{cases} \quad (3)$$

$$S_2(f) = \begin{cases} Bf^*/f, & f_0 \leq f \leq f^* \\ 0, & 0 < f < f_0, \quad f > f^* \end{cases} \quad (4)$$

Вообще говоря, при аппроксимации типа (3), (4) следует выбирать значение частоты, при которой производится обрыв спектральной плотности до нуля, отличной от  $f^*$ . Однако анализ показывает, что при другом выборе пограничной частоты, совпадающей по порядку величины с  $f^*$ , приведенные ниже результаты качественно не меняются.

Поставленная задача предполагает сопоставление средних частот выбросов  $\bar{\nu}_a$  для белого шума и фликкер-шума.

Введем безразмерные переменные и параметры

$$n_i = \bar{\nu}_{ai}/f^*, \quad s_i(\omega) = S_i(f)/B, \quad i = 1, 2;$$

$$\omega = f/f^*, \quad \omega_0 = f_0/f^*, \quad b = a/\sqrt{Bf^*}.$$

Вместо (3), (4) получаем:

белый шум

$$s_1(\omega) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \omega \leq 1, \\ 0, & \omega > 1, \end{cases}$$

фликкер-шум

$$s_2(\omega) = \begin{cases} 1/\omega, & \omega_0 \leq \omega \leq 1, \\ 0, & 0 < \omega < \omega_0, \quad \omega > 1. \end{cases}$$

Используя соотношение (2), вычислим вероятности выброса в единицу времени для белого шума  $n_1$  и для фликкер-шума  $n_2$ :

$$n_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \exp\left(\frac{-b^2}{4}\right),$$

$$n_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}} \frac{(1 - \omega_0^2)^{1/2}}{|\ln \omega_0|^{1/2}} \exp\left(\frac{-b^2}{4|\ln \omega_0|}\right).$$

Зависимости  $n_1$  и  $n_2$  от нижней границы величины выбросов  $b$  показаны на рис. 1. Линии 2, 3, 4 соответствуют различным значениям нижней граничной частоты в спектре фликкер-шума. Графики на рис. 1 выявляют существенное различие в поведении  $n_1(b)$  и  $n_2(b)$ . При  $b \leq 1$   $n_1$  быстро уменьшается с ростом  $b$ , а  $n_2$  меняется слабо. В области  $b \gg 1$  выполняется неравенство  $n_2 \gg n_1$ .

Отношение  $n_2/n_1$  при  $\omega_0 \ll 1$ ,  $|\ln \omega_0| \gg 1$  имеет следующую асимптотику:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{(3/2)^{1/2}}{|\ln \omega_0|^{1/2}} \exp\left(\frac{b^2}{4}\right),$$

или  $\ln(n_2/n_1) \sim b^2$ . Возвращаясь к первичным переменным, имеем

$$\ln(\bar{\nu}_{a2}/\bar{\nu}_{a1}) \sim a^2.$$

Видим, что нормированная по белому шуму частота выбросов флуктуирующей переменной  $A$  выше уровня  $a$  при фликкер-шуме быстро растет с ростом  $a$ . Связь между средней частотой выбросов  $\bar{\nu}_{a2}$  и гармонической частотой  $f$  в спектральном разложении  $1/f$ -шума получается опосредованной. Тенденция здесь такая: увеличение амплитуды колебаний при уменьшении частоты  $f$  сопровождается ростом средней частоты  $\bar{\nu}_{a2}$  больших выбросов (по отношению к белому шуму).

Проведенное рассмотрение показывает, что при анализе шумов, наряду с гармоническим спектральным представлением случайного процесса, можно использовать амплитудно-частотное представление. Оно предполагает контроль за распределением среднего числа выбросов, превышающих заданный уровень шума, по высоте уровня.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рёнке Г. Неравновесная статистическая механика. М.: Мир, 1990. 320 с.
2. Коган Ш.М. // УФН. 1985. Т. 145. В. 2. С. 285.
3. Weissman M.B. // Rev. Mod. Phys. 1988. V. 60. № 2. P. 537.
4. Климонтович Ю.Л. Турбулентное движение и структура хаоса. М.: Наука, 1990. 218 с.
5. Дьяконова Н.В., Левинштейн М.Е., Румянцев С.Л. // Физика и техника полупроводников. 1991. В. 12. С. 2065.
6. Скрипов В.П. // ДАН. 1993. Т. 331. № 2. С. 167.
7. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. М.: Наука, 1968. 403 с.