

Общероссийский математический портал

Н. Агаханов, П. Кожевников, М. Пратусевич, Д. Терёшин, LII Международная математическая олимпиада, *Квант*, 2011, номер 5, 61–62

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.169

27 марта 2025 г., 19:25:32



## О Л И М П И А Д Ы

*Соболев Константин* – Киров, физико-математический лицей;

### по 11 классам –

*Асташкин Роман* – Королев, лицей научно-инженерного профиля,

*Билинский Юрий* – Белебей, гимназия 1,

*Перепечкин Илья* – Москва, СУНЦ МГУ,

*Грингауз Александр* – Москва, лицей 1557,

*Астраханцев Никита* – Красноярск, лицей 102 имени академика М.Ф.Решетнёва,

*Заночкин Андрей* – Саров, лицей 15,

*Голоколенов Илья* – Югра, физико-математический лицей-интернат,

*Заливако Илья* – Москва, лицей 1523,

*Ноян Алексей* – Москва, Центр образования 654 имени А.Д.Фридмана,

*Цыбров Федор* – Сыктывкар, гимназия 1,

*Декань Валентин* – Тверь, школа 20,

*Лучников Илья* – Киров, лицей 21,

*Радкевич Алексей* – Москва, гимназия 1534,

*Чурилов Антон* – Ефремов, физико-математический лицей,

*Шель Егор* – Москва, СУНЦ МГУ,

*Гонин Роман* – Раменское, гимназия,

*Костарев Виталий* – Снежинск, гимназия 127,

*Прокофьев Вадим* – Рязань, школа 3,

*Семенов Владимир* – Вологда, многопрофильный лицей,

*Ушаков Александр* – Королев, лицей научно-инженерного профиля,

*Авдеев Иван* – Санкт-Петербург, лицей «Физико-техническая школа»,

*Бегун Александр* – Владивосток, школа 35,

*Головешкин Александр* – Москва, лицей 1303,

*Кулагин Антон* – Томск, лицей при ТПУ,

*Козлов Иван* – Москва, лицей «Вторая школа»,

*Паньков Александр* – Пермь, школа 9 имени А.С.Пушкина.

Публикацию подготовили

С.Козел, В.Слободянин

# LII Международная математическая олимпиада

LII Международная математическая олимпиада прошла с 13 по 24 июля 2011 года в столице Нидерландов городе Амстердаме. Она запомнилась участникам великолепной организацией, интересными экскурсиями, яркими и необычными церемониями открытия и закрытия и, конечно, трудными и интересными задачами. Олимпиада стала одной из самых представительных в истории ММО: в ней приняли участие более 550 участников из более 100 стран мира.

В команду России вошли четверо выпускников: *Ольга Бурова* из Москвы (лицей «Вторая школа»), *Дмитрий Егоров* из Санкт-Петербурга (ФМЛ 239), *Алексей Пахарев* из Ульяновска (СУНЦ МГУ), *Александр Циглер* из Магнитогорска (школа 5), десятиклассник *Михаил Григорьев* из Казани (лицей 131) и девятиклассник *Дмитрий Крачун* из Санкт-Петербурга (ФМЛ 239). Состав команды был достаточно ровный, что и подтвердили результаты олимпиады. Наша сборная завоевала 2 золотых и 4 серебряных медали и традиционно вошла в число лучших команд мира.

Как и в прошлом году, подготовка команды России к ММО завершалась на летних учебно-тренировочных сборах, проходивших с 19 июня по 12 июля в детском лагере «КОМПЬЮТЕРИЯ» (Тверская область). Пользуясь случаем, выражаем благодарность руководству лагеря и персонально *А.А.Андрееву* за обеспечение наиболее благоприятных условий для организации сборов. Большой вклад в успешное выступление команды внесли преподаватели сборов: аспирант Института системного анализа к.ф.-м.н. *А.В. Акопян*, педагог ФМЛ 239 Санкт-Петербурга к.ф.-м.н. *С.Л. Берлов*, младший научный сотрудник, преподаватель МГУ и МФТИ к.ф.-м.н. *А.И. Гарбер*, сотрудник университета Браунсвилль к.ф.-м.н. *А.А.Глазырин*, педагог дополнительного образования Санкт-Петербурга *А.С. Голованов*, профессор Ярославского государственного университета д.ф.-м.н. *В.Л. Дольников*, аспирант Ярославского государственного университета *Г.Р.Челноков*.

Публикуем результаты выступления команды России (каждая задача оценивалась из 7 баллов). Подробную информацию о результатах на международных математических олим-



Команда России на LII Международной математической олимпиаде. Слева направо: М.Григорьев, О.Бурова, А.Циглер, А.Пахарев, Д.Крачун. Д.Егоров не принял участие в торжественном закрытии – ему пришлось уехать раньше, чтобы участвовать в Международной олимпиаде по информатике

пиадах можно найти на официальном сайте олимпиады [www.imo-official.com](http://www.imo-official.com).

Участник	Баллы по задачам						Сумма баллов	Медаль
	1	2	3	4	5	6		
Бурова Ольга	7	1	2	7	7	1	25	серебряная
Егоров Дмитрий	7	4	1	7	7	0	26	серебряная
Григорьев Михаил	7	1	7	7	7	1	30	золотая
Крачун Дмитрий	7	1	3	7	7	1	26	серебряная

Участник	Баллы по задачам						Сумма баллов	Медаль
	1	2	3	4	5	6		
Пахарев Алексей Циглер Александр	7	1	7	5	7	1	28	золотая
	7	2	3	7	7	0	26	серебряная

Руководители команды благодарны *Д.Ю.Дойхену*, много лет оказывающему содействие в подготовке и участии команды России в международных математических соревнованиях.

### Задачи олимпиады

1. Для множества  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ , состоящего из четырех попарно различных целых положительных чисел, обозначим через  $s_A$  сумму  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ . Через  $n_A$  обозначим количество пар индексов  $(i, j)$ ,  $1 \leq i < j \leq 4$ , для которых  $s_A$  делится на  $a_i + a_j$ . Найдите все множества  $A$ , состоящие из четырех попарно различных целых положительных чисел, для которых  $n_A$  принимает наибольшее возможное значение.

*Мексика*

2. См. задачу M2245,а «Задачника «Кванта».

3. Пусть  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  – функция, определенная на множестве действительных чисел и принимающая действительные значения, такая, что  $f(x+y) \leq yf(x) + f(f(x))$  для всех действительных  $x$  и  $y$ . Докажите, что  $f(x) = 0$  для всех  $x \leq 0$ .

*Белоруссия*

4. Дано целое число  $n > 0$ . Имеются чашечные весы и  $n$  гирь, веса которых равны  $2^0, 2^1, \dots, 2^{n-1}$ . Все  $n$  гирь выкладываются одна за другой на чаши весов, т.е. на каждом из  $n$  шагов выбирается гиря, которая еще не выложена на весы, и добавляется либо на левую, либо на правую чашу весов; при этом гири выкладываются так, чтобы ни в какой момент правая чаша не была тяжелее левой. Найдите количество способов выполнить такую последовательность шагов.

*Иран*

5. Пусть  $f$  – функция, определенная на множестве целых чисел, принимающая целые положительные значения. Известно, что для любых целых  $m$  и  $n$  разность  $f(m) - f(n)$  делится на  $f(m-n)$ . Докажите, что для любых целых  $m$  и  $n$  таких, что  $f(m) \leq f(n)$ , число  $f(n)$  делится на  $f(m)$ .

*Иран*

6. Пусть  $ABC$  – остроугольный треугольник, и  $\Gamma$  – описанная около него окружность. Пусть прямая  $l$  – некоторая касательная к окружности  $\Gamma$ , и пусть  $l_a, l_b$  и  $l_c$  – прямые, симметричные прямой  $l$  относительно прямых  $BC, CA$  и  $AB$  соответственно. Докажите, что окружность, описанная около треугольника, образованного прямыми  $l_a, l_b$  и  $l_c$ , касается окружности  $\Gamma$ .

*Япония*

Публикацию подготовили руководители команды России на ЛII ММО *Н.Агаханов, П.Кожевников, М.Пратусевич, Д.Терёшин*

# XLII Международная физическая олимпиада

В 2011 году Международная физическая олимпиада школьников проходила в Таиланде с 10 по 18 июля. На олимпиаду приехали 380 школьников из 84 стран мира.

На олимпиаде Россию представляли:

*Арзамасский Лев* – Калининград, лицей 23, учителя физики Боронилов Борис Анатольевич и Пец Александр Васильевич,

*Сопенко Никита* – Тамбов, лицей 14, учитель физики Бирюков Валерий Владимирович,

*Паринов Данила* – Воронеж, гимназия 9, затем СУНЦ МГУ, учителя физики Голубков Андрей Александрович и Лукьянов Илья Владимирович (СУНЦ МГУ),

*Шель Егор* – Тюмень, школа 29, затем СУНЦ МГУ, учителя физики Голубков Андрей Александрович и Лукьянов Илья Владимирович (СУНЦ МГУ),

*Асташкин Роман* – Королев Московской обл., лицей научно-инженерного профиля, учитель физики Третьякова Галина Сергеевна.

Руководителями нашей команды были Станислав Миرونюк Козел и Валерий Павлович Слободянин.

По традиции, участникам олимпиады было предложено решить три теоретические задачи и выполнить два экспериментальных задания. Как и в прошлые годы, лидерство захватили команды, представляющие страны юго-восточной Азии: Тайвань, Китай, Сингапур, Корея (южная). В нашей команде расклад по медалям в точности совпал с результатами прошлого года – одна золотая, три серебряные и одна бронзовая медали. Члены сборной команды России показа-

ли следующие результаты:

Участник команды	Медаль
Арзамасский Лев	золотая
Сопенко Никита	серебряная
Паринов Данила	серебряная
Шель Егор	серебряная
Асташкин Роман	бронзовая

Ниже приводятся условия задач теоретического тура олимпиады.

### Теоретический тур

#### Задача 1. Проблема трех тел и LISA

1.1. Два тела с массами  $M$  и  $m$  движутся по круговым орбитам с радиусами  $R$  и  $r$  соответственно вокруг общего центра масс. Выразите угловую скорость вращения  $\omega_0$  отрезка, соединяющего тела, через  $R, r, M, m$  и гравитационную постоянную  $G$ . (1,5 балла)

1.2. Третье тело с пренебрежимо малой массой  $\mu$  вращается в той же плоскости

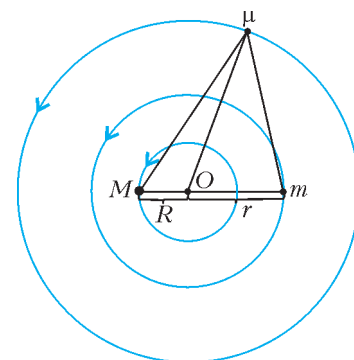


Рис.1. Концентрические орбиты трех тел в одной плоскости