



Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

O. A. Sinkevich, G. O. Zinchenko, Yu. P. Ivochkin, Single stationary, concentrated vortices of a special type and systems of such vortices, *TVT*, 2019, Volume 57, Issue 4, 548–559

DOI: 10.1134/S0040364419040185

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 34.239.153.44

November 3, 2024, 00:20:28



## ОДИНОЧНЫЕ СТАЦИОНАРНЫЕ СОСРЕДОТОЧЕННЫЕ ВИХРИ СПЕЦИАЛЬНОГО ТИПА И СИСТЕМЫ ТАКИХ ВИХРЕЙ

© 2019 г. О. А. Синкевич<sup>1, 2, \*</sup>, Г. О. Зинченко<sup>1</sup>, Ю. П. Ивочкин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский университет  
“Московский энергетический институт”, Москва, Россия

<sup>2</sup>Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

\*E-mail: oleg.sinkevich@itf.mpei.ac.ru

Поступила в редакцию 20.11.2018 г.

После доработки 31.01.2019 г.

Принята к публикации 27.03.2019 г.

В цилиндрической системе координат исследованы характеристики стационарных сосредоточенных вихрей специального типа. Построено новое решение задачи о сосредоточенном вихре с тремя компонентами вектора скорости. Оно существенно отличается от известного ранее решения с двумя компонентами вектора скорости. Найдены распределения давлений в стационарном сосредоточенном вихре с учетом силы Кориолиса и без нее. Установлены условия, при которых вихрь является циклоническим. Проведен анализ некоторых способов создания на пути торнадо системы малых вихрей, проходя через которые, торнадо может ослабевать и распадаться на серию вихрей малой интенсивности, затухающих за счет сил вязкости воздуха и силы трения о поверхность. Поскольку место и время зарождения торнадо плохо прогнозируются и часто находятся далеко от необходимых источников энергии, обсуждается способ организации быстрой защитной системы препятствий именно в нужном месте и в нужное время в виде системы сосредоточенных вихрей. В качестве источника, создающего сосредоточенные на пути торнадо вихри, предлагается использовать пучки электромагнитного излучения микроволнового диапазона, генерируемые с самолетов или спутников.

DOI: 10.1134/S0040364419040185

### ВВЕДЕНИЕ

Механизмы, приводящие к генерации вихрей различного типа, представляют большой интерес для метеорологии и служб, обеспечивающих защиту населения от природных катастроф [1–7]. В настоящее время ежегодно в США и во многих других странах наблюдается большое количество торнадо. Например, в 1925 г. на территорию США обрушился один из самых смертоносных смерчей в истории – торнадо Трех Штатов (категория F5); за 3.5 часа оно пронеслось по нескольким штатам со скоростью 100 км/ч. В результате погибли 695 человек, более 2000 получили ранения, 50 000 человек остались без домов<sup>1</sup>. Из малого вихря, образующегося в атмосфере над океаном, может образоваться циклон (антициклон), представляющий собой гигантский атмосферный вихрь с пониженным (повышенным) давлением в центре и наличием градиентов температуры и давления. Известно, что развитие циклона (антициклона) составляет три стадии: начальная, стадия наибольшего развития и распад. Для начальной стадии, когда вихрь может еще разрушиться и не образовывать то или иное атмосферное

явление, характерны невысокие перепады давления и высокий градиент температуры, скорости ветра во фронтальной зоне превышают 20 м/с на высоте 5 км [1–4]. Именно на начальной стадии образования вихря могут быть эффективны различные способы внешнего воздействия.

В связи с плохой предсказуемостью места, времени и силы таких атмосферных явлений, исследования условий зарождения вихрей в атмосфере и, особенно, способов воздействия на них могут способствовать более точному временному и пространственному прогнозированию этих явлений и использованию эффективных способов разрушения смерчей. Для решения названных проблем важно выделить факторы, вызывающие неустойчивости в атмосфере и порождающие природные явления с необычайной разрушительной мощностью, такие как ураганы и торнадо.

Целью данной работы является изучение свойств отдельных сосредоточенных вихрей, системы таких вихрей и возможностей их использования для создания на пути торнадо препятствий, проходя через которые, оно ослабевает и распадается на серию вихрей малой интенсивности. Эти малые вихри затухают за счет сил вязкости воздуха и силы трения о поверхность. Поскольку место

<sup>1</sup> <http://travel-z.ru/samy-e-silnye-tornado-v-istorii-chelovechestva/>

и время зарождения торнадо плохо прогнозируются и часто находятся далеко от необходимых источников энергии, представляет большой интерес способ быстрой организации системы препятствий именно в нужном месте и в нужное время.

Частные случаи вихревых течений, в которых направления векторов завихренности и скорости коллинеарны, относятся к классу течений Громеки–Бельтрами [8–11] и Н.Е. Жуковского [12]. В работе [8] показана возможность нахождения поля скоростей в сосредоточенном вихре, когда выполняется условие

$$[\nabla \times \mathbf{u}] \equiv \mathbf{\Omega} = k\mathbf{u}, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad k = \text{const.} \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{u}$  – скорость среды,  $k$  – неизвестный параметр, который находится в процессе решения задачи.

Для более детального анализа распределения скоростей, давлений и температуры в сосредоточенном вихре специального типа для невязкой среды с учетом силы Кориолиса необходимо найти полное решение системы уравнений неразрывности и движения с учетом условия (1):

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla \frac{u^2}{2} + 2[\mathbf{\Omega}_k \times \mathbf{u}] - [\mathbf{u} \times \mathbf{\Omega}] &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0, \quad \mathbf{\Omega} = \nabla \times \mathbf{u}. \end{aligned} \quad (2)$$

Под сосредоточенным вихрем будем понимать течение, сосредоточенное внутри цилиндра заданного радиуса. Вихри такого типа представляют отдельный случай. Возможность их реализации и использования в природе требует специального анализа.

### 1. СТАЦИОНАРНЫЙ СОСРЕДОТОЧЕННЫЙ ВИХРЬ С ДВУМЯ КОМПОНЕНТАМИ СКОРОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

С учетом (1) уравнение сохранения импульса Эйлера для среды [13] распадается на систему линейных уравнений для скорости (1) и на неоднородное уравнение для нахождения распределения давления:

$$\frac{1}{\rho} \nabla p = -\nabla \frac{1}{2} \mathbf{u}^2 - 2[\mathbf{\Omega}_k \times \mathbf{u}]. \quad (3)$$

В случае, когда две компоненты вектора скорости  $\mathbf{u} = (0, u_\varphi(r), u_z(r))$  зависят только от радиуса, решение данной задачи для сосредоточенного вихря радиуса  $R$  получено в [8]. Воспроизведем его здесь в удобной форме и найдем распределение давления в вихре с учетом силы Кориолиса. Система уравнений  $[\nabla \times \mathbf{u}] \equiv \mathbf{\Omega} = k\mathbf{u}$  в цилиндрической системе координат и в проекциях на оси  $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_z$  сводятся к двум уравнениям:

$$-\frac{du_z}{dr} = ku_\varphi, \quad \frac{1}{r} \frac{d(ru_\varphi)}{dr} = ku_z. \quad (4)$$

Из системы (4) получаем уравнение Бесселя для функции  $u_z(r)$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{du_z}{dr} \right) + k^2 u_z = 0. \quad (5)$$

При граничных условиях на отрезке  $[0, R]$

$$\left. \frac{du_z}{dr} \right|_{r=0} = 0, \quad u_z(r=R) = 0 \quad (6)$$

решение уравнения (5) может быть представлено в виде бесконечной суммы функций Бесселя нулевого порядка:

$$u_z(r) = \sum_{j=1}^{\infty} C_j J_0(k_j r), \quad k_j = \frac{\mu_j^{(0)}}{R},$$

где  $\mu_j^{(0)}$  – нули функции Бесселя нулевого порядка.

Из первого уравнения системы (4) находим распределение угловой скорости внутри сосредоточенного вихря

$$u_\varphi = \sum_{j=1}^{\infty} C_j J_1 \left( \mu_j^{(0)} \frac{r}{R} \right)$$

и компоненты завихренности

$$\begin{aligned} \Omega_z(r) &= \sum_{j=1}^{\infty} \left[ C_j \frac{\mu_j^{(0)}}{R} J_0 \left( \mu_j^{(0)} \frac{r}{R} \right) \right], \\ \Omega_\varphi(r) &= \sum_{j=1}^{\infty} \left[ C_j \frac{\mu_j^{(0)}}{R} J_1 \left( \mu_j^{(0)} \frac{r}{R} \right) \right]. \end{aligned}$$

Константы  $C_j$  остаются неопределенными. Далее остановимся на монотонном распределении скорости  $u_z(\vec{r})$  по радиусу, считая, что известен расход воздуха в вихре  $G$ . В этом частном случае ограничимся лишь первым членом в приведенных выше решениях. Тогда, используя выражение для расхода

$$G = 2\pi r \int_0^R u_z r dr, \quad (7)$$

выражаем константу  $C_1$  через расход и радиус вихря

$$C_1 = \frac{G}{\rho \pi R^2} \frac{\mu_1^{(0)}}{2} \frac{1}{J_1(\mu_1^{(0)})}. \quad (8)$$

Таким образом, при заданном расходе распределение скоростей и завихренности в сосредоточенном вихре радиуса  $R$  имеет вид

$$\begin{aligned}
 u_z(r) &= \frac{G}{\rho\pi R^2} \frac{\mu_1^{(0)} J_0\left(\mu_1^{(0)} \frac{r}{R}\right)}{2 J_1\left(\mu_1^{(0)}\right)}, \\
 u_\varphi(r) &= \frac{G}{\rho\pi R^2} \frac{\mu_1^{(0)} J_1\left(\mu_1^{(0)} \frac{r}{R}\right)}{2 J_1\left(\mu_1^{(0)}\right)}, \\
 \Omega_z(r) &= \frac{G}{\rho\pi R^2} \frac{\left(\mu_1^{(0)}\right)^2 J_0\left(\mu_1^{(0)} \frac{r}{R}\right)}{2R J_1\left(\mu_1^{(0)}\right)}, \\
 \Omega_\varphi(r) &= \frac{G}{\rho\pi R^2} \frac{\left(\mu_1^{(0)}\right)^2 J_1\left(\mu_1^{(0)} \frac{r}{R}\right)}{2R J_1\left(\mu_1^{(0)}\right)}.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

*Зависимость давления от радиуса*

Для нахождения распределения давления в вихре воспользуемся уравнением (4) и рассмотрим два отдельных случая.

**Случай а. Сила Кориолиса отсутствует.** В данном примере ограничиваемся малыми числами Маха, поэтому можно считать  $\rho = \text{const}$ . В этом случае из уравнения (2) при  $\Omega_k = 0$  получаем

$$\frac{p}{\rho} + \frac{\mathbf{u}^2}{2} = \Pi. \tag{10}$$

Здесь  $\Pi$  – произвольная константа.

Зная зависимость квадрата модуля скорости от радиуса

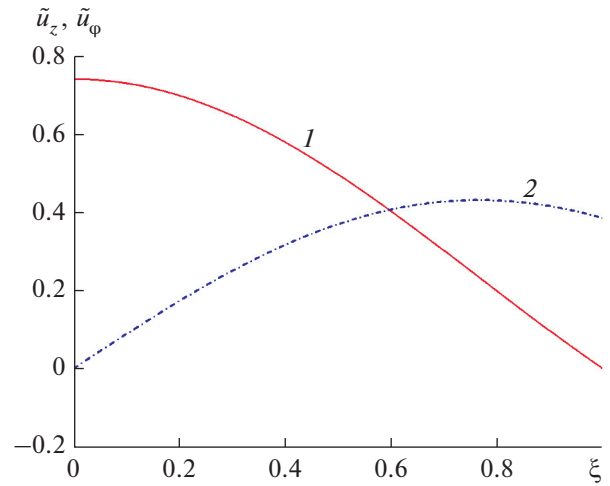
$$p(\xi) = \begin{cases} p_0 - \frac{1}{2\rho} \left( \frac{G}{\pi R^2} \frac{\mu_1^{(0)}}{2} \right)^2 \left[ \frac{J_0^2\left(\mu_1^{(0)}\xi\right) + J_1^2\left(\mu_1^{(0)}\xi\right)}{J_1^2\left(\mu_1^{(0)}\right)} - 1 \right], & 0 \leq \xi \leq 1; \\ p_0 = \text{const}, & \xi > 1, \end{cases} \quad \xi = \frac{r}{R}. \tag{11}$$

Для построения графиков удобно пользоваться безразмерными параметрами:

$$\xi = \frac{r}{R}, \quad \tilde{u} = \frac{u\rho R^2}{G}, \quad \tilde{\Omega} = \frac{\Omega\rho R^3}{G}, \quad \tilde{p} = \frac{p}{p_0}.$$

На рис. 1–3 показаны распределения безразмерных скоростей, завихренностей и давления в пределах вихря. Анализируя изменение давления, можно видеть, что данный вихрь всегда является циклоном. Относительное изменение давления в циклоне  $p(0)/p_0$  зависит от параметра  $a = G/\pi R^2$ :

$$\frac{p(0)}{p_0} = 1 - \frac{1}{2\rho p_0} \left( \frac{a\mu_1^{(0)}}{2} \right)^2 \left[ \frac{1}{J_1^2\left(\mu_1^{(0)}\right)} - 1 \right].$$



**Рис. 1.** Распределение безразмерных вертикальной (1) и угловой (2) компонент скорости по безразмерному радиусу.

$$\mathbf{u}^2(r) = u_z^2(r) + u_\varphi^2(r) = \left[ \frac{G}{\rho} \frac{\mu_1^{(0)}}{2\pi R^2} \frac{1}{J_1\left(\mu_1^{(0)}\right)} \right]^2 \times \left[ J_0^2\left(\mu_1^{(0)} \frac{r}{R}\right) + J_1^2\left(\mu_1^{(0)} \frac{r}{R}\right) \right]$$

и полагая, что давление равно атмосферному  $p = p_0$  при  $r = R$ , можно найти константу  $\Pi$ , входящую в уравнение (10). При этом условии имеем

Для достижения давления 700 мм рт. ст. на оси вихря данный параметр должен быть порядка  $\sim 70$  (кг/м<sup>3</sup>)/(м/с). При расходе 10 кг/с вихрь будет очень малого радиуса:  $R = 0.21$  м.

Выше рассмотрен случай, когда расход направлен вдоль оси  $z$ . Если изменить направление движения среды, то каждая компонента скорости изменит свой знак на противоположный. При этом, естественно, распределение давления по-прежнему описывается уравнением (11).

**Случай б. Влияние силы Кориолиса при постоянной плотности.** Снова воспользуемся уравнением (2), когда  $\Omega_k \neq 0$ . Проводя в уравнении (2) интегрирование, имеем

$$\frac{p}{\rho} + \frac{\mathbf{u}^2}{2} + 2 \int [\boldsymbol{\Omega}_k \times \mathbf{u}] dr = \Pi.$$

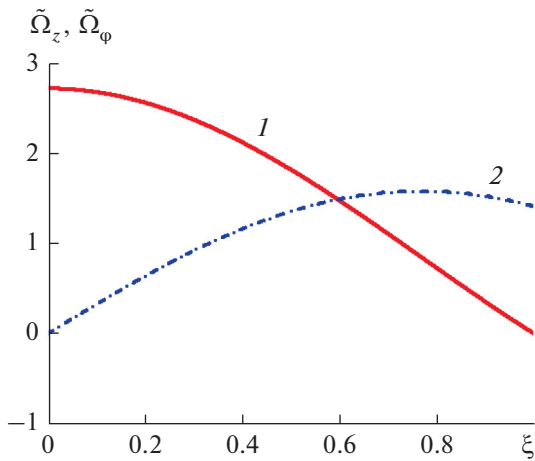


Рис. 2. Распределение безразмерных вертикальной (1) и угловой (2) компонент вектора завихренности по радиусу.

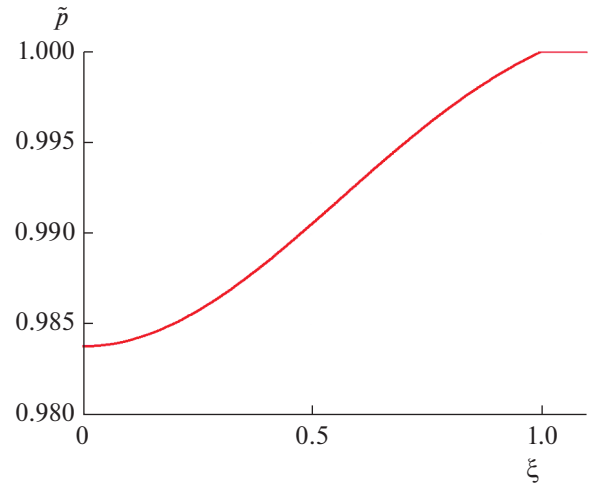


Рис. 3. Распределение безразмерного давления  $\tilde{p} = p/p_0$  в пределах вихря.

Используя условие на границе вихря  $p = p_0$  при  $r = R$ , находим распределение давлe-

ния в вихре с учетом силы Кориолиса, также представляя его в безразмерном виде ( $\tilde{p} = p/p_0$ ):

$$\tilde{p}(\xi) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2\rho p_0} \left( \frac{G\mu_1^{(0)}}{2\pi R^2} \right)^2 \left[ \frac{J_0^2(\mu_1^{(0)}\xi) + J_1^2(\mu_1^{(0)}\xi)}{J_1^2(\mu_1^{(0)})} - 1 \right] - \frac{G\Omega_k}{\pi R} \frac{J_0(\mu_1^{(0)}\xi)}{J_1(\mu_1^{(0)})}, & 0 \leq \xi \leq 1; \\ 1, & \xi > 1. \end{cases} \quad (12)$$

С учетом силы Кориолиса сосредоточенный вихрь при движении воздуха вверх является всегда циклоном. Однако, когда воздух в вихре направлен вниз, при определенных размерах вихря он может быть антициклоном (рис. 4).

Как видно из рис. 4, при параметрах вихря  $R_{\min} \approx 37$  м,  $G = 10$  кг/с в центре будет повышенное давление, однако перепады давления очень

малы. Поэтому можно считать такой вихрь изобразительским.

**Случай с. Специальный.**  $2[\Omega_k \times \mathbf{u}] - [\mathbf{u} \times \Omega] = 0$ ,  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ .

Если выполняется условие

$$[\Omega \times \mathbf{u}] + 2[\Omega_k \times \mathbf{u}] = [(\Omega + 2\Omega_k) \times \mathbf{u}] = 0, \quad (13)$$

то в (1) соотношение  $\Omega = k\mathbf{u}$  можно заменить на

$$(\Omega + 2\Omega_k) = k\mathbf{u}. \quad (14)$$

В этом случае система уравнений, позволяющая найти поле скоростей, сводится к следующей:

$$\begin{cases} -\frac{du_z}{dr} = ku_\varphi, \\ \frac{1}{r} \frac{d(ru_\varphi)}{dr} = ku_z + 2\Omega_k. \end{cases} \quad (15)$$

Теперь вместо уравнения (5) для функции  $u_z(r)$  приходим к уравнению

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{du_z}{dr} \right) + k(ku_z + 2\Omega_k) = 0. \quad (16)$$

Его решение имеет вид

$$u_z(r) = \sum_{j=1}^{\infty} \left[ C_j J_0 \left( \mu_j^{(0)} \frac{r}{R} \right) - 2\Omega_k \frac{R}{\mu_j^{(0)}} \right].$$

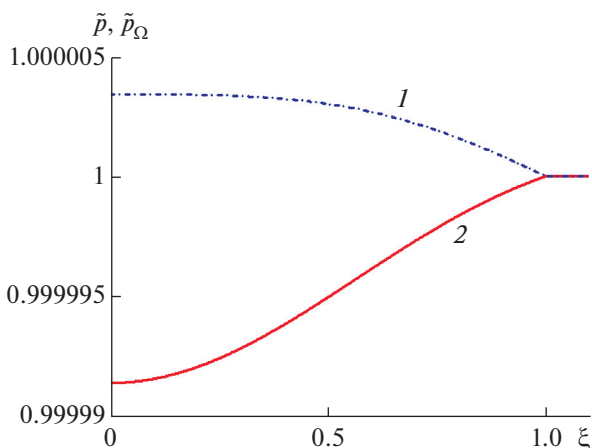


Рис. 4. Распределение давления по радиусу при наличии и отсутствии силы Кориолиса.

Соответственно, для угловой скорости и компонент завихренности получаем

$$u_\varphi = \sum_{j=1}^{\infty} C_j J_1 \left( \mu_j^{(0)} \frac{r}{R} \right),$$

$$\Omega_z(r) = \sum_{j=1}^{\infty} \left[ C_j \frac{\mu_j^{(0)}}{R} J_0 \left( \mu_j^{(0)} \frac{r}{R} \right) - 2\Omega_k \right],$$

$$\Omega_\varphi(r) = \sum_{j=1}^{\infty} \left[ C_j \frac{\mu_j^{(0)}}{R} J_1 \left( \mu_j^{(0)} \frac{r}{R} \right) \right].$$

Видно, что угловая скорость не изменилась по сравнению с предыдущим случаем. Считая, как и выше, что известен расход воздуха в вихре (7), находим константу

$$C_1 = \frac{\Omega_k R}{J_1(\mu_1^{(0)})} \left( \frac{G}{\rho \pi R^2} \frac{\mu_1^{(0)}}{2\Omega_k R} + 1 \right).$$

В результате получаем следующие зависимости скоростей и компонент вектора завихренности от радиуса:

$$u_z(r) = \Omega_k R \left[ \left( \frac{G}{\rho \pi R^2} \frac{\mu_1^{(0)}}{2\Omega_k R} + 1 \right) \frac{J_0(\mu_1^{(0)} \xi)}{J_1(\mu_1^{(0)})} - \frac{2}{\mu_1^{(0)}} \right],$$

$$u_\varphi = \Omega_k R \left( \frac{G}{\rho \pi R^2} \frac{\mu_1^{(0)}}{2\Omega_k R} + 1 \right) \frac{J_1(\mu_1^{(0)} \xi)}{J_1(\mu_1^{(0)})},$$

$$\Omega_z(r) = \Omega_k \left[ \left( \frac{G}{\rho \pi R^2} \frac{\mu_1^{(0)}}{2\Omega_k R} + 1 \right) \frac{J_0(\mu_1^{(0)} \xi)}{J_1(\mu_1^{(0)})} \mu_1^{(0)} - 2 \right],$$

$$\Omega_\varphi(r) = \Omega_k \left( \frac{G}{\rho \pi R^2} \frac{\mu_1^{(0)}}{2\Omega_k R} + 1 \right) \frac{J_1(\mu_1^{(0)} \xi)}{J_1(\mu_1^{(0)})} \mu_1^{(0)}. \quad (17)$$

Сила Кориолиса, как видно из (17), оказывает сильное воздействие на скорость только на больших расстояниях от центра вихря, и первое слагаемое в этих формулах при  $r \rightarrow R$  много больше второго. Поэтому в вихрях такого типа решение при  $r \rightarrow R$  соответствует рис. 1, 2. Используя формулы (17), найдем квадрат скорости, который понадобится для определения распределения давления:

$$u^2(r) = \Omega_k^2 R^2 \left( \frac{G}{\rho \pi R^2} \frac{\mu_1^{(0)}}{2\Omega_k R} + 1 \right)^2 \times$$

$$\times \frac{1}{J_1^2(\mu_1^{(0)})} \left[ J_0^2 \left( \mu_1^{(0)} \frac{r}{R} \right) + J_1^2 \left( \mu_1^{(0)} \frac{r}{R} \right) \right]$$

и с учетом условия  $p = p_0$ ,  $r = R$  находим константу  $\Pi$ , входящую в уравнение (10):

$$\Pi = p_0 + \frac{\rho \Omega_k^2 R^2}{2} \left( \frac{G}{\rho \pi R^2} \frac{\mu_1^{(0)}}{2\Omega_k R} + 1 \right)^2.$$

Теперь распределение давления в вихре определяется формулой

$$\tilde{p}(\xi) = \begin{cases} 1 - \frac{\rho \Omega_k^2 R^2}{2p_0} \left( \frac{G}{\rho \pi R^2} \frac{\mu_1^{(0)}}{2\Omega_k R} + 1 \right)^2 \times \\ \times \left[ \frac{J_0^2(\mu_1^{(0)} \xi) + J_1^2(\mu_1^{(0)} \xi)}{J_1^2(\mu_1^{(0)})} - 1 \right], & \xi \leq 1; \\ 1, & \xi > 1. \end{cases} \quad (18)$$

В этом случае учитывалась сила Кориолиса, однако направление расхода уже не может сильно повлиять на распределение давления. Также перепад давления при данном решении является максимальным (рис. 5).

При тех же параметрах вихря, что и в случае  $b$  ( $R \approx 37$  м,  $G = 10$  кг/с), давление будет сильнее меняться, однако его перепады все равно очень малы, поэтому данный вихрь также можно считать изобарическим.

Исследуем зависимость среднего значения завихренности в пределах вихря

$$\langle \Omega \rangle = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \Omega_z(r) 2\pi r dr = \frac{2}{R^2} \int_0^R \Omega_z(r) r dr \quad (19)$$

от расхода и радиуса области, занятой вихрем. Используя уравнения (17), (19) и проводя интегрирование, имеем

$$f(G, R) = \frac{\langle \Omega \rangle}{\Omega_k} = \frac{G}{R^3} \frac{\mu_1^{(0)}}{\rho \pi \Omega_k}. \quad (20)$$

Сравним зависимость (20) от радиуса при трех расходах  $G = 1, 10, 100$  кг/с. Радиус вихря, при котором средняя завихренность сравнивается с интенсивностью Кориолиса,  $R = 20.5, 44, 95$  м соответственно. Для любого расхода чем меньше ра-

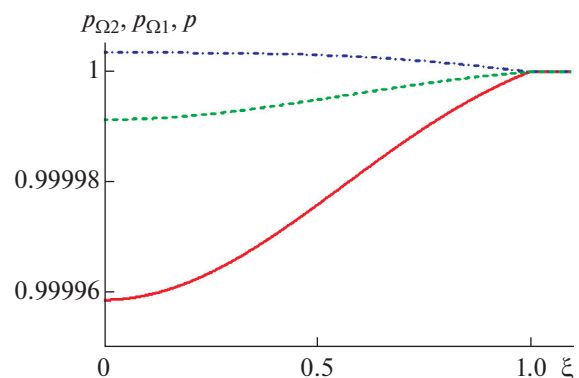


Рис. 5. Распределение давления: пунктир — случай  $a$ , штрихпунктир —  $b$ , сплошная — специальный случай  $c$ .

диус вихря, тем быстрее растет средняя завихренность с увеличением расхода.

Зная распределение скоростей и давлений в сосредоточенном вихре, можно найти двумерное распределение температуры из уравнения энергии

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} = \chi \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \frac{q(r, z)}{\rho c_v}.$$

Здесь  $q$  – источник внешнего тепловыделения;  $\chi = \lambda/\rho c_v$  – коэффициент температуропроводности;  $\lambda, \rho, c_v$  – теплопроводность, плотность воздуха и удельная теплоемкость соответственно. Как будет показано далее, это уравнение может быть использовано для создания сосредоточенного вихря посредством внешнего воздействия  $q(r, z)$ .

## 2. СТАЦИОНАРНЫЙ СОСРЕДОТОЧЕННЫЙ ВИХРЬ С ТРЕМЯ КОМПОНЕНТАМИ СКОРОСТИ, ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ВЕРТИКАЛЬНОЙ И РАДИАЛЬНОЙ КООРДИНАТЫ

Сосредоточенный вихрь  $\Omega(r, z) = \nabla \times \mathbf{u}(r, z) = k \cdot \mathbf{u}(r, z)$ , полученный в работе [8] и детально рассмотренный в предыдущем параграфе, содержал две компоненты скорости, зависящие только от радиуса. Не меньший интерес представляют сосредоточенные вихри с тремя компонентами скорости, зависящими не только от радиуса, но и от вертикальной координаты:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(r, z) = (u_r(r, z), u_\phi(r, z), u_z(r, z)). \quad (21)$$

С учетом силы Кориолиса система уравнений движения распадается на уравнение

$$\nabla \times \mathbf{u}(r, z) - 2\Omega_c = k \cdot \mathbf{u}(r, z),$$

которое, в отличие от (1), сводится к следующей системе уравнений для скоростей течения:

$$\begin{cases} -\frac{\partial u_\phi}{\partial z} = k u_r, \\ \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r} = k u_\phi, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial (r u_\phi)}{\partial r} = k u_z + 2\Omega_c, \end{cases} \quad (22)$$

и уравнение для нахождения распределения давления в вихре

$$\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = \Pi = \text{const.}$$

Константа  $k$  в системе (22) подлежит определению из соответствующих граничных условий.

Кроме данной системы уравнений, вектор скорости должен удовлетворять уравнению не-

разрывности, записанному в цилиндрической системе координат:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r u_r + \frac{\partial}{\partial z} u_z = 0. \quad (23)$$

Решение системы (22) необходимо искать с учетом выполнения (23). Подход к решению этой системы с учетом (23) состоит в том, что уравнение неразрывности выполняется тождественно, если искать решение в виде

$$u_r = -\frac{\partial}{\partial z} \Psi(r, z), \quad u_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \Psi(r, z). \quad (24)$$

Из (22), (24) следует уравнение для функции  $\Psi(r, z)$ :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial (r \Psi)}{\partial r} + k^2 \Psi = 0. \quad (25)$$

Решение этого уравнения эллиптического типа можно найти методом разделения переменных:  $\Psi(r, z) = S(r) Z(z)$ . Подставляя предполагаемую форму решения в исходное уравнение (25), получим

$$\begin{cases} S'' + \frac{1}{r} S' + S \left( k^2 - \lambda^2 - \frac{1}{r^2} \right) = 0, \\ Z'' = -\lambda^2 Z. \end{cases} \quad (26)$$

В системе (26)  $\lambda$  и  $k$  – произвольные константы, определяемые из граничных условий задачи.

Дальнейшее решение задачи, позволяющее найти распределения скоростей по радиусу вихря и по высоте, зависит от выбора конкретных граничных условий.

*Вихрь радиуса  $R$  с потоком, втекающим в слой толщиной  $H$*

Общее решение второго уравнения (26) имеет вид

$$Z(z) = C_1 \exp(-i\lambda z) + C_2 \exp(i\lambda z). \quad (27)$$

Константа  $\lambda$  находится из граничных условий, полагающих, что скорость втекающего потока на высоте  $H$  равна нулю:

$$Z(z=0) \neq 0, \quad (28)$$

$$Z(z=H) = 0. \quad (29)$$

С учетом первого граничного условия (28) решение для функции  $Z(z)$  имеет вид

$$Z(z) = C \cos(\lambda z). \quad (30)$$

Используя второе граничное условие (29), находим

$$\lambda_n = \frac{\pi/2 + \pi n}{H}, \quad n = 0, 1, \dots, \infty. \quad (31)$$

Первое уравнение из (26) является дифференциальным уравнением Бесселя первого порядка, и, заменяя  $k^2 - \lambda^2 = K^2$ , перепишем его в виде

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial S}{\partial r} \right] + S \left( K^2 - \frac{1}{r^2} \right) = 0. \quad (32)$$

Для решения (32) используем граничные условия для функции  $S(r)$ , аналогичные (6):

$$S(r_0) = 0, \quad \frac{d}{dr} S \Big|_{r=r_0} = 0. \quad (33)$$

С учетом (33) решение (32) может быть записано в виде бесконечной суммы функций Бесселя первого порядка

$$S(r) = \sum_{j=1}^{\infty} C_j J_1 \left( \mu_j^{(1)} \frac{r}{r_0} \right). \quad (34)$$

где  $\mu_j^{(1)}$  – нули функции Бесселя первого порядка  $J_1(Kr_0) = J_1(\mu_j^{(1)}) = 0$ .

Подставляя найденные решения (30), (34) в (25), для азимутальной составляющей скорости получаем

$$u_{\phi}(r, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} C_{jn} J_1 \left( \mu_j^{(1)} \frac{r}{R} \right) \cos(\lambda_n z). \quad (35)$$

Зная значения  $\mu_j^{(1)}$  и  $\lambda_n$ , находим  $k_{jn}$

$$k_{jn} = \sqrt{\left( \frac{\mu_j^{(1)}}{R} \right)^2 + \left( \frac{\pi/2 + \pi n}{H} \right)^2}, \\ j = 1, 2, \dots, \infty, \quad n = 0, 1, \dots, \infty.$$

Радиальную скорость получим из первого уравнения системы (22):

$$u_r(r, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} C_{jn} \frac{\lambda_n}{k_{jn}} J_1 \left( \mu_j^{(1)} \frac{r}{R} \right) \sin(\lambda_n z). \quad (36)$$

Используя соотношение

$$\frac{\partial(r u_{\phi})}{\partial r} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} C_{jn} \mu_j^{(1)} \frac{r}{R} J_0 \left( \mu_j^{(1)} \frac{r}{R} \right) \cos(\lambda_n z),$$

найдем из третьего уравнения системы (22) вертикальную компоненту скорости течения в вихре

$$u_z(r, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} C_{jn} \frac{\mu_j^{(1)}}{k_{jn} R} J_0 \left( \mu_j^{(1)} \frac{r}{R} \right) \cos(\lambda_n z) - \frac{2\Omega_k}{k_{jn}}. \quad (37)$$

Аналогично задаче о сосредоточенном вихре с двумя компонентами скорости оставим в уравнениях (35)–(37) только первые слагаемые ( $j = 1, n = 0$ ). Тогда

$$\lambda_0 = \frac{\pi}{2H}, \quad k_{10} = \sqrt{\left( \frac{\mu_1^{(1)}}{R} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{2H} \right)^2}.$$

Для нахождения константы  $C_{10}$ , входящей в формулу для скорости  $u_z(r, z)$ , будем считать, что на верхней границе вихря вертикальная проекция скорости направлена вверх, а на земле скорость  $u_z(r, z)$  равна нулю:

$$z = 0, \quad u_z(r, z = 0) = 0. \quad (38)$$

При таких условиях константа составляет

$$C_{10} = \Omega_k R \frac{2}{\mu_1^{(1)}} \frac{1}{J_0(\mu_1^{(1)})}. \quad (39)$$

Теперь зависимости всех компонент скорости течения от координат  $r, z$  в сосредоточенном вихре радиуса  $R$  имеют следующий вид:

$$u_{\phi}(r, z) = \Omega_k R \frac{2}{\mu_1^{(1)}} \frac{J_1 \left( \mu_1^{(1)} \frac{r}{R} \right)}{J_0(\mu_1^{(1)})} \cos(\lambda_0 z), \\ u_r(r, z) = \Omega_k R \frac{2}{\mu_1^{(1)}} \frac{\lambda_0}{k_{10}} \frac{J_1 \left( \mu_1^{(1)} \frac{r}{R} \right)}{J_0(\mu_1^{(1)})} \sin(\lambda_0 z), \quad (40) \\ u_z(r, z) = \frac{2\Omega_k}{k_{10}} \left[ \frac{J_0 \left( \mu_1^{(1)} \frac{r}{R} \right)}{J_0(\mu_1^{(1)})} \cos(\lambda_0 z) - 1 \right].$$

Чтобы найти распределение давления в вихре, воспользуемся уравнением (3), из которого следует

$$p(r, z) = \Pi - \rho \frac{\mathbf{u}^2}{2}. \quad (41)$$

Находя квадрат скорости

$$\mathbf{u}^2(r, z) = (\Omega_k R)^2 \frac{4}{\mu_1^{(1)^2}} \frac{J_1^2 \left( \mu_1^{(1)} \frac{r}{R} \right)}{J_0^2(\mu_1^{(1)})} \times \\ \times \left[ \cos^2(\lambda_0 z) + \frac{\lambda_0^2}{k_{10}^2} \sin^2(\lambda_0 z) \right] + \\ + 4 \left( \frac{\Omega_k}{k_{10}} \right)^2 \left[ \frac{J_0 \left( \mu_1^{(1)} \frac{r}{R} \right)}{J_0(\mu_1^{(1)})} \cos(\lambda_0 z) - 1 \right]^2$$

и используя условие

$$r = R, \quad p(r, z) = p_0, \quad (42)$$

из (41) найдем константу

$$\Pi(z) = p_0 + 2\rho \left( \frac{\Omega_k}{k_{10}} \right)^2 (\cos(\lambda_0 z) - 1)^2. \quad (43)$$



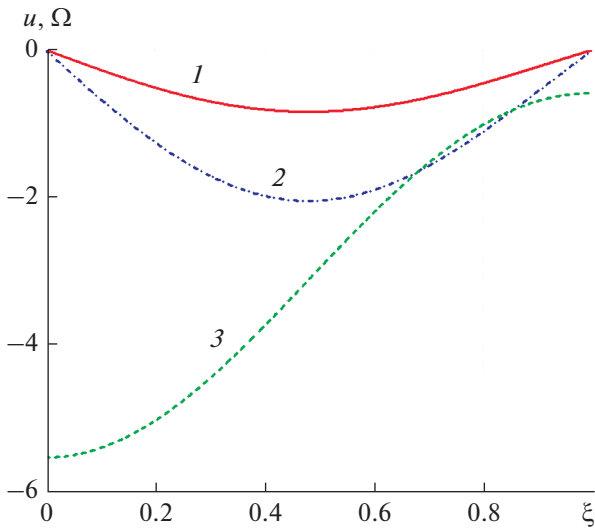


Рис. 6. Распределение радиальной (1), угловой (2) и вертикальной (3) компонент скорости и завихренности при  $z = H/2$ .

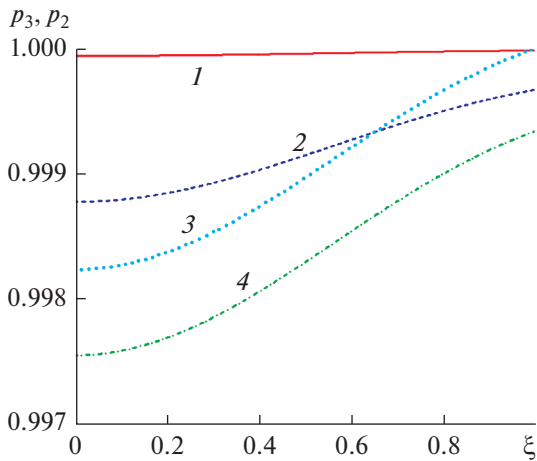


Рис. 7. Распределение безразмерного давления на высотах  $z = 0.1$  (1),  $0.5$  (2),  $1$  (3) для вихря с тремя компонентами скорости и для вихря с двумя компонентами скорости (4).

В результате распределение давления в сосредоточенном вихре выглядит следующим образом:

$$p(r, z) = p_0 - \rho(\Omega_k R)^2 \frac{2}{\mu_1^{(1)^2}} \frac{J_1^2\left(\mu_1^{(1)} \frac{r}{R}\right)}{J_0^2\left(\mu_1^{(1)}\right)} \times \left[ \cos^2(\lambda_0 z) + \frac{\lambda_0^2}{k_{10}^2} \sin^2(\lambda_0 z) \right] - 2\rho \left(\frac{\Omega_k}{k_{10}}\right)^2 \times \left\{ \left[ \frac{J_0\left(\mu_1^{(1)} \frac{r}{R}\right)}{J_0\left(\mu_1^{(1)}\right)} \cos(\lambda_0 z) - 1 \right]^2 - (\cos(\lambda_0 z) - 1)^2 \right\}. \quad (44)$$

Для построения графиков проведем обезразмеривание:

$$\tilde{u} = \frac{uk}{\Omega_k}, \quad \tilde{\Omega} = \frac{\Omega}{\Omega_k}, \quad \xi = \frac{r}{R}, \quad \tilde{p} = \frac{p}{p_0}.$$

Тогда профиль скорости будет совпадать с профилем завихренности. На рис. 6, 7 показаны распределения безразмерных скоростей, завихренности и давления по радиусу вихря при  $H = 1000$  м.

*Вихрь радиуса R, сосредоточенный в слое толщиной H*

Вихри радиуса  $R$ , сосредоточенные в слое толщиной  $H$ , получаются, если вместо условия (30) использовать следующее:

$$Z(0) = Z(H) = 0.$$

При этом условии вместо системы (34) имеем

$$\begin{cases} u_\varphi(r, z) = C J_1\left(\mu_1^{(1)} \frac{r}{R}\right) \sin\left(\pi \frac{z}{H}\right), \\ u_r(r, z) = -C \frac{\pi}{kH} \lambda_1 J_1\left(\mu_1^{(1)} \frac{r}{R}\right) \cos\left(\pi \frac{z}{H}\right), \\ u_z(r, z) = C \frac{\mu_1^{(1)}}{kR} J_0\left(\mu_1^{(1)} \frac{r}{R}\right) \sin\left(\pi \frac{z}{H}\right) - \frac{2\Omega_k}{k}, \end{cases}$$

где

$$k = \sqrt{\left(\frac{\mu_1^{(1)}}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H}\right)^2}.$$

Для такого вихря при распределении скоростей вдоль границы получаем  $u_\varphi(r, z=0) = u_\varphi(r, z=H) = 0$  и  $u_z(r, z=0) = u_z(r, z=H) = 0$ . При этом радиальная компонента скорости  $u_r(r=0, z) = u_r(r=R, z) = 0$  меняет знак при  $z = H/2$  и не обращается в нуль на нижней и верхней поверхностях цилиндра. Константу  $C$  в этих уравнениях можно выбрать, используя уравнение (41) и полагая полное давление равным атмосферному.

*Сосредоточенные вихри с тремя компонентами скорости другого типа*

Полученное решение для сосредоточенного вихря с тремя компонентами скорости позволяет рассмотреть серию задач с разными граничными условиями. Например, когда течение начинается на некоторой высоте  $H_0$  от поверхности Земли (испарения влажного грунта) и заканчивается на некоторой высоте  $H_1 > H_0$ . Интересный класс за-

дач возникает, если в уравнении (28)  $-\lambda^2$  заменяется на  $\lambda^2$ .

В этом случае решение системы (28) можно начинать с первого уравнения

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rS) \right] + Sm^2 = 0, \quad (45)$$

где  $m^2 = k^2 + \lambda^2$ .

Это уравнение является дифференциальным уравнением Бесселя первого порядка. При граничных условиях

$$\frac{d}{dr} S \Big|_{r=0} = 0, \quad S(R) = 0 \quad (46)$$

его решение запишется как

$$S(r) = \sum_{j=1}^{\infty} C_j J_1 \left( \mu_j^{(1)} \frac{r}{R} \right), \quad (47)$$

где  $\mu_j^{(1)}$  – нули функции Бесселя первого порядка  $J_1(\mu_j^{(1)}) = 0$  и  $m^2 = \mu_j^{(1)2}$ .

В этом случае решение второго уравнения системы (28) с граничными условиями

$$Z(r=0) = C, \quad Z(r \rightarrow \infty) \rightarrow 0$$

имеет вид

$$Z(z) = Ce^{-\lambda z}, \quad (48)$$

где  $\lambda = \sqrt{\mu_j^{(1)2} - k^2}$ . При этом константа  $k$  остается неопределенной и должно выполняться условие

$$\mu_j^{(1)2} - k^2 > 0. \quad (49)$$

Теперь вместо решения (25) для угловой скорости получаем

$$u_\varphi(r, z) = C J_1 \left( \mu_1^{(1)} \frac{r}{R} \right) \exp(-\lambda_1 z). \quad (50)$$

Используя соотношения

$$-\frac{\partial u_\varphi}{\partial z} = ku_r, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial(ru_\varphi)}{\partial r} = ku_z + 2\Omega_k, \quad (51)$$

находим радиальную компоненту скорости

$$u_r(r, z) = C \frac{\lambda_1}{k} J_1 \left( \mu_1^{(1)} \frac{r}{R} \right) \exp(-\lambda_1 z). \quad (52)$$

Поскольку имеет место следующее равенство:

$$\frac{\partial(ru_\varphi)}{\partial r} = C \mu_1^{(1)} \frac{r}{R} J_0 \left( \mu_1^{(1)} \frac{r}{R} \right) \exp(-\lambda_1 z), \quad (53)$$

то вертикальная компонента скорости составит

$$\begin{aligned} u_z &= \frac{1}{kr} \frac{\partial(ru_\varphi)}{\partial r} - \frac{2\Omega_k}{k} = \\ &= C \mu_1^{(1)} \frac{1}{kR} J_0 \left( \mu_1^{(1)} \frac{r}{R} \right) \exp(-\lambda_1 z) - \frac{2\Omega_k}{k}. \end{aligned} \quad (54)$$

Видно, что как в присутствии, так и в отсутствие силы Кориолиса, если константа  $C$  задана, невозможно обеспечить течение, сосредоточенное внутри вихря радиуса  $R$ ,  $u_z(r=0, z) = 0$ , а константа  $k$  остается произвольной.

### 3. СИСТЕМА СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ВИХРЕЙ

Очевидно, что рассмотренные выше решения, в которых выполняются условия (1), являются частными. Представляет интерес использование полученных выше стационарных распределений для построения полных решений нелинейного уравнения движения и анализа различных механизмов генерации вихрей, приводящих к стационарным (квазистационарным) вихрям рассмотренного выше типа. Только в этом случае сосредоточенные образования, обладающие распределенной завихренностью (спиральностью  $S = [\nabla \times \mathbf{V}] \cdot \mathbf{V}/2$ ) и циклоническим распределением давления, могут представлять интерес для физики атмосферы и различных технических приложений.

Если характерное число Маха рассматриваемого течения существенно меньше единицы, а число Рейнольдса  $Re = u_c R / \eta$  велико, решение нелинейной, нестационарной системы уравнений

$$\begin{aligned} \nabla \mathbf{u} &= 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} - (\nabla \times \mathbf{u} \times \mathbf{u}) = \\ &= -\nabla \left( \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right) - 2[\Omega_k \times \mathbf{u}] + \eta \Delta \mathbf{u}, \end{aligned} \quad (55)$$

можно искать в виде ряда по малому параметру  $\varepsilon = 1/Re = \eta/u_c R \ll 1$ :

$$\mathbf{u}(r, t) = \mathbf{u}_0(r) + \varepsilon \mathbf{u}_1(r, t) + O(\varepsilon^2). \quad (56)$$

Здесь  $u_c$  – характерная скорость задачи,  $\eta$  – коэффициент кинематической вязкости,  $R$  – радиус сосредоточенного вихря. Функция  $\mathbf{u}_0(r)$  является решением, полученным из условия  $(\nabla \times \mathbf{u}_0 - 2\Omega_c) \times \mathbf{u}_0 = 0$  и  $(\nabla \times \mathbf{u}_0 - 2\Omega_c) = k\mathbf{u}_0$ . В этом случае для функции  $\mathbf{u}_1$  с учетом неравенства  $\varepsilon \ll 1$  приходим к линейному уравнению

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u}_1 - (\nabla \times \mathbf{u}_0) \times \mathbf{u}_1 - \\ - (\nabla \times \mathbf{u}_1) \times \mathbf{u}_0 = -\nabla \frac{p}{\rho} + \eta \Delta \mathbf{u}_1, \end{aligned} \quad (57)$$

которое решается со следующим начальным условием:

$$\mathbf{u}_1(r, t = 0) = \mathbf{u}_0(r).$$

Среди других задач, в которых решения, полученные в разделах 1, 2, могут оказаться полезными, остановимся на процессе воздействия электромагнитным полем круговой поляризации  $\mathbf{E} \exp(i\omega t)$  микроволнового диапазона частот  $\omega$  на влажный воздух или поверхность воды. Проведем анализ таких процессов в рамках стандартной системы уравнений сплошной среды

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho \mathbf{u} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - 2[\boldsymbol{\Omega}_k \times \mathbf{u}] + \eta \Delta \mathbf{u} + \mathbf{g} + \mathbf{F}, \\ \rho c_V \frac{dT}{dt} - \frac{dP}{dt} = \lambda \Delta T + J(E, \omega), \\ \epsilon'(r) \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \Delta \mathbf{E}, \end{cases} \quad (58)$$

учитывающих влияние сил Кориолиса, Ампера, тяжести и источников тепловыделения от внешнего микроволнового излучения и уравнения состояния влажного воздуха.

Здесь  $\mathbf{F} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$  – сила Ампера;  $\mathbf{g}$  – сила тяжести;  $J(E, \omega)$  – тепловыделение от внешнего микроволнового излучения;  $\mathbf{j}$  – плотность электрического тока;  $\mathbf{B}$  – магнитное поле Земли и кругового тока электромагнитной волны;  $\epsilon_0, \mu_0$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости соответственно;  $\epsilon'(r)$  – относительная диэлектрическая проницаемость среды.

Эта система может решаться только численно с начальными условиями, задаваемыми решениями, полученными в разделах 1, 2, как для одиночного вихря, так и для системы вихрей, расположенных на плоскости  $P = P(\rho, T)$ , с учетом известных подходов [14–16].

В чем же состоит преимущество использования электромагнитной волны круговой поляризации в микроволновом диапазоне частот для генерации сосредоточенных вихрей? Пучки электромагнитной волны заданной конфигурации могут быть созданы именно в нужном месте и в установленное время посредством генераторов СВЧ-излучения, расположенных на самолетах или спутниках. Вихри создаются при воздействии пучка СВЧ и (или) лазерного излучения на поверхность влажного воздуха или воды, которые хорошо поглощают это излучение. Искусственно созданная посредством СВЧ-излучения система вихрей может быть использована для создания

препятствий на пути распространения торнадо. Проблеме воздействия на вихри посвящена обширная литература [1, 14] и здесь она детально не обсуждается.

Далее рассмотрим более подробно, как решения, полученные в цилиндрической системе координат для одиночного стационарного сосредоточенного вихря, могут быть использованы для системы цилиндрических вихрей на плоскости. Если за пределами вихря радиуса  $R$  все свойства среды остаются постоянными, то решения для сосредоточенного вихря, свойства которого изменяются в области  $[0 \leq r \leq R]$ , полученные в разделе 1, могут быть использованы для любого сосредоточенного вихря радиуса  $R$  в точке  $x_j, y_j$  плоскости  $x-y$ , заменой в полученных решениях  $r$  на  $0 \leq r = \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} \leq R$ . Такое решение можно обобщить на систему  $n$  сосредоточенных вихрей, расположенных в точках  $x_j, y_j, j = 1, 2, \dots, n$ . Таким образом, если существует механизм, позволяющий создать сосредоточенный вихрь радиуса  $R$ , то возникает возможность создания системы вихрей, распределенных заранее заданным образом [17].

Одним из способов генерации системы вихрей может быть искусственное или естественное об-

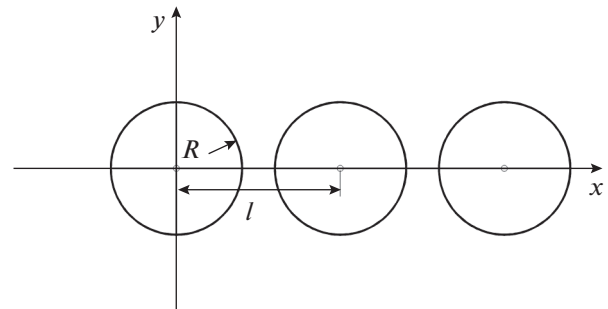


Рис. 8. Система сосредоточенных вихрей одинакового радиуса, расположенных линейно.

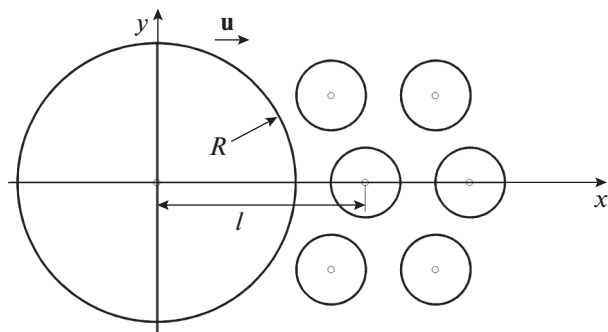


Рис. 9. Следы от системы вихрей разного диаметра, расположенных в горизонтальной плоскости.

разование в некоторый момент времени локальных областей испарения влаги. Дальнейшая временная динамика вихрей может быть получена из численного решения системы уравнений (58), в котором внешний источник создается за счет поглощения сосредоточенного электромагнитного излучения. На рис. 8 и 9 показаны возможные конфигурации из сосредоточенных вихрей в точках  $x_j, y_j$  плоскости  $x-y$ .

Стационарная система сосредоточенных не взаимодействующих между собой вихрей является неустойчивой, поскольку на границе вихря существует разрыв угловой скорости – развивается неустойчивость Кельвина–Гельмгольца. Если систему таких линейных вихрей (рис. 8) удастся создать внешним воздействием, то после его прекращения она из-за неустойчивости Кельвина–Гельмгольца превращается в своеобразную “сильно турбулентную воздушную стену”, оказывающую препятствие в продвижении торнадо.

Создаваемая посредством электромагнитного излучения система сосредоточенных вихрей может быть расположена на пути продвижения торнадо и приводить к его разрушению в результате преобразования в серию более мелких вихрей, затухающих за счет вязкости и трения о поверхность земли. Электромагнитное поле позволяет создать серию вихрей вблизи от места формирования торнадо сразу после его зарождения. Поскольку торнадо еще не успевает набрать полную мощность, то можно обойтись достижимыми в настоящее время мощностями генераторов электромагнитного излучения, работающими в импульсных режимах. Воздействие электромагнитным излучением на грозовое материнское облако позволит разрушать его до появления торнадо [18, 19].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. С помощью намеченного в работе [8] подхода к решению задачи о вихре, в котором направление вектора завихренности и скорости течения совпадают по направлению, проведен детальный анализ характеристик течений в стационарном сосредоточенном вихре в цилиндрической системе координат с двумя компонентами скорости.

2. Найденны распределения давлений в стационарном сосредоточенном вихре с учетом силы Кориолиса и без нее. Установлены условия, при которых вихрь является циклоническим.

3. В цилиндрической системе координат построено новое решение задачи о течении в стационарном сосредоточенном вихре в цилиндрической системе координат с тремя компонентами вектора скорости.

4. Исследованы возможности получения вихрей, в которых направление вектора завихренности

и скорости течения совпадают по направлению, в численных расчетах уравнений Навье–Стокса.

5. Обсуждаются способы генерации одиночного вихря или системы таких вихрей в природе путем воздействия электромагнитной волны круговой поляризации и микроволнового диапазона частот на поверхность влажного воздуха или воды.

6. Анализируются возможности использования системы искусственно созданных вихрей данного типа в качестве препятствий для перемещения торнадо и его разрушения на ранней стадии формирования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Наливкин Д.В.* Ураганы, бури и смерчи. Географические особенности и геологическая деятельность. Л.–М.: Наука, 1969. 487 с.
2. The Tornado: Its Structure, Dynamics, Prediction, and Hazards / Eds. Church C., Burgess D., Doswell C. (Geophys. Monograph Ser. V. 79). Washington: American Geophysical Union, 1993.
3. *Levens P.J., Labrosse N., Fletcher L., Schmieder B.A.* Solar Tornado Observed by EIS Plasma Diagnostics // *Astronomy and Astrophysics*. 2015. V. 582. P. A27.
4. *Doswell C.A.* Progress Toward Developing a Practical Societal Response to Severe Convection (2005 EGU Sergei Soloviev Medal Lecture) // *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.* 2005. V. 5. P. 1.
5. *Кушин В.В.* Гравитационно-тепловые процессы в смерчах. М.: ЦНИИатоминформ, 1987.
6. *Вараксин А.Ю., Ромаш М.Э., Конейцев В.Н.* Торнадо. М.: Физматлит, 2011. 344 с.
7. *Синкевич О.А., Маслов С.А., Гусейн-заде Н.Г.* Электрические разряды и их роль в генерации вихрей // *Физика плазмы*. 2017. Т. 43. № 2. С. 203.
8. *Чефранов С.Г.* Генерация спиральности в однородно-винтовых течениях // *ЖЭТФ*. 2004. Т. 126. Вып. 5(11). С. 1133.
9. *Громека И.С.* Собрание сочинений. М.: Изд-во АН СССР, 1952. 296 с.
10. *Sullivan R.D.* A Two-cell Vortex Solution of the Navier–Stokes Equations // *J. Aerosp. Sci.* 1959. V. 26. P. 767.
11. *Hide R.* Helicity, Superhelicity and Weighted Relative Potential Vorticity: Useful Diagnostic Pseudoscalars? // *Q. J. R. Meteor. Soc.* 2002. V. 128. P. 1759.
12. *Жуковский Н.Е.* О присоединенных вихрях. Собр. соч. Т. 4. М.–Л., 1949.
13. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика / Под ред. Кибеля И.А. М.: Физматлит, 1963.
14. *Levina G.V., Moiseev S.S., Rutkevich P.B.* Hydrodynamic Alpha-effect in a Convective System // *Nonlinear Instability, Chaos, and Turbulence*. V. 2 / Eds. Debnath L., Riahi D.N. Southampton, Boston: WITPress, 2000. P. 111.

15. Самарский А.А., Велихов Е.П., Дегтярев Л.М., Фаворский А.П. Расчет ионизационной неустойчивости в низкотемпературной замагниченной плазме // ДАН СССР. 1969. Т. 184. № 3. С. 578.
16. Андронов П.Р., Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я. Вихревые методы расчета нестационарных гидродинамических нагрузок. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2006. 184 с.
17. Sinkevich O.A., Zinchenko G.O. Generation of the Vortex System in the Wet Atmosphere Using the Microwave Radiation // Proc. 16th Int. Workshop "Complex Systems of Charged Particles and their Interaction with Electromagnetic Radiation". М., 2018. P. 55.
18. Sinkevich O.A. О неустойчивости электрически заряженной границы двухфазного грозового облака и турбулентной атмосферы // ТВТ. 2016. Т. 54. № 6. С. 827.
19. Sinkevich O.A. Tornado-like Vortices above the Surface of a Liquid // Examines in Marine Biology & Oceanography. 2018. V. 2. P. 1.