



Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

E. V. Stupochenko, Temperature jump in polyatomic gases, *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 1965, Volume 163, Number 4, 849–852

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.170

December 12, 2024, 20:38:46



Е. В. СТУПОЧЕНКО

О ТЕМПЕРАТУРНОМ СКАЧКЕ В МНОГОАТОМНЫХ ГАЗАХ

(Представлено академиком Г. И. Петровым 18 I 1965)

1. Если газ и граничащая с ним поверхность твердого тела находятся в термодинамическом равновесии, то влияние поверхности на функцию распределения молекул газа исчезает за пределами области непосредственного взаимодействия молекул с поверхностью. Внутри этой области меняется лишь плотность числа молекул. Иначе обстоит дело с неравномерно нагретым газом. Влияние стенки в случае одноатомного газа сказывается на расстояниях порядка длины l_0 свободного пробега, искажая в этой области температурное поле, которое за ее пределами можно считать линейной функцией расстояния.

Экстраполяция линейного хода температуры непосредственно до поверхности приводит к значению температуры, отличному от истинной температуры поверхности. Разность δT этих значений температуры — температурный скачок — при не слишком больших градиентах пропорциональна производной $\partial T / \partial x$ в области линейного хода температуры

$$\delta T = g \partial T / \partial x, \quad (1)$$

где за положительное направление оси x , нормальной к поверхности, принято направление от стенки к газу ⁽¹⁾. Величина g (размерности длины) — коэффициент температурного скачка — порядка l_0 и зависит от коэффициента аккомодации ^(1, 2), характеризующего степень выравнивания (газокинетической) температуры отражающихся от стенки молекул и температуры стенки.

Обычно эти результаты распространяются на многоатомные газы ⁽²⁾. При этом существенной предпосылкой, делаемой иногда неявно, является характеристика обмена энергией между молекулами газа и стенкой с помощью некоторого эффективного коэффициента аккомодации, общего для всех степеней свободы. В этом случае в теории имеется лишь одна величина размерности длины — свободный пробег l_0 , — которая и определяет порядок величины g .

Однако положение существенно меняется, если коэффициент аккомодации для какого-либо вида внутренней энергии заметно отличается от коэффициента аккомодации для поступательной энергии. В этом случае в непосредственной близости от стенки нарушается равновесное распределение энергии между внутренними и поступательными степенями свободы. Если через τ обозначить время релаксации (установления статистического равновесия между внутренними и поступательными степенями свободы) и через D^* — коэффициент диффузии, определяющий перенос внутренней энергии, то длина $l \sim \sqrt{D^* \tau}$ дает ширину зоны неравновесного распределения энергии. В ⁽³⁾ рассматривалось влияние замедленного обмена поступательной и колебательной энергией на значения теплопроводности, получаемые методом нагретой нити. Ниже рассматриваем влияние зоны l на граничные условия, формулируемые как температурный скачок, предполагая $l \ll L$, где L — характерный размер температурного поля.

2. Примем, что f степеней свободы молекулы могут быть разбиты на две группы: $f = f_1 + f_2$. Для группы f_1 , включающей, например, поступательные и вращательные степени свободы, характерно время релаксации порядка времени τ_0 свободного пробега, причем

$$\tau_0 \ll \tau, \quad (2)$$

где τ — время установления равновесия между f_1 и f_2 степенями свободы. Под f_2 можно понимать, например, колебательные степени свободы. Пусть коэффициент аккомодации для группы f_2 меньше, чем для группы f_1 .

Область вблизи стенки может быть разбита на три зоны. В зоне I, ширина a которой порядка l_0 , (газокинетические) температуры T_1 и T первой и второй групп степеней свободы соответственно меняются сложным образом, и уравнение Фурье для теплового потока неприменимо. Условия на границе этой зоны могут быть записаны в виде:

$$\delta_1 T_1 = g_1 \partial T_1 / \partial x |_{x \sim a}, \quad (3)$$

$$\delta_2 T = g_2 \partial T / \partial x |_{x \sim a}, \quad (3')$$

где $\delta_1 T_1$, $\delta_2 T$, g_1 , g_2 — определяемые обычным образом температурные скачки и их коэффициенты для групп f_1 и f_2 степеней свободы соответственно.

Величина g_1 может быть обычным образом (см., например, (2)) связана с коэффициентом a_1 аккомодации для f_1 степеней свободы, так как в зоне I, в силу (2), можно пренебречь обменом энергией между группами f_1 и f_2 . Величина g_2 зависит в принципе от коэффициентов аккомодации a_1 и a_2 для обеих групп, так как перенос энергии f_2 степеней свободы определяется также распределением энергии по f_1 степеням свободы. В нашем рассмотрении процессы в зоне I будем характеризовать непосредственно величинами g_1 и g_2 , поскольку основной интерес заключается в выяснении роли зоны II.

3. В этой зоне, ширина которой $l \gg l_0$, происходит относительно медленный процесс выравнивания температур T_1 и T . Плотность теплового потока q может быть представлена в виде

$$q = q_1 + q_2, \quad (4)$$

где $q_i = n \overline{\varepsilon_i C}$; n — плотность числа молекул; ε_i — энергия f_i степеней свободы; C — тепловая скорость; черта означает усреднение с помощью функции распределения в данной точке.

В соотношениях (одномерная задача)

$$q_1 = -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x}, \quad q_2 = -\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x} \quad (5)$$

λ_1 есть коэффициент теплопроводности газа, молекулы которого обладали бы только степенями свободы групп f_1 . Для переноса энергии ε_2 можно принять диффузионный механизм (4) и положить

$$\lambda_2 = D^* n c_v^{(2)}. \quad (6)$$

Здесь $c_v^{(i)}$ — теплоемкость f_i степеней свободы при постоянном объеме, отнесенная к одной молекуле; D^* — некоторый эффективный коэффициент диффузии, отличающийся от обычного коэффициента самодиффузии D учетом возможной «эстафетной» передачи энергии ε_2 и зависящий от T_1 и T .

В стационарном состоянии T_1 и T за пределами зоны I удовлетворяют уравнениям

$$\lambda_1 \frac{d^2 T_1}{dx^2} + A \frac{T - T_1}{\tau} = 0, \quad (7)$$

$$\lambda_2 \frac{d^2 T}{dx^2} - A \frac{T - T_1}{\tau} = 0, \quad (7')$$

где λ_1 и λ_2 принимаются постоянными. Второй член в (7) представляет энергию, переходящую от f_2 степеней свободы к группе f_1 в единице объема за единицу времени.

Величина A равна

$$A = n c_v^{(1)} c_v^{(2)} / c_v^{(0)}, \quad (8)$$

где $c_v^{(0)} = c_v^{(1)} + c_v^{(2)}$. Из (7) и (7'), учитывая, что $T - T_1 \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$, находим

$$T - T_1 = C e^{-x/\alpha}; \quad (9)$$

$$\alpha^2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{A \lambda} \tau; \quad (10)$$

$$T_1 = C \frac{\lambda_2}{\lambda} e^{-x/\alpha} + Bx + E, \quad (11)$$

где постоянные B, C, E определяются из граничных условий. Длина α дает уточненную ширину зоны II, которая с увеличением x переходит в область постоянного градиента температуры (общей для всех степеней свободы)

$$\left. \frac{dT_1}{dx} \right|_{x \rightarrow \infty} = B. \quad (12)$$

Экстраполируя асимптотический ход температуры T_1

$$T_1 = Bx + E \quad (13)$$

к значениям $x \rightarrow 0$, получаем

$$T_{ст} + \delta = E, \quad (14)$$

где $T_{ст}$ — температура стенки, δ — эффективный температурный скачок.

Ввиду неравенства $1 - e^{-a/\alpha} \ll 1$ в уравнение (3) можно подставить выражение $\delta_1 T_1 = T_1(0) - T_{ст}$ и производную $dT_1/dx|_{x \sim \alpha}$ заменить величиной $dT_1/dx|_{x=0}$; здесь $T_1(0)$ и $dT_1/dx|_{x=0}$ вычисляются из (11). При этом на основании (14) получаем

$$-C \frac{\lambda_2}{\lambda} + \delta = g_1 C \frac{\lambda_2}{\lambda} \frac{1}{\alpha} + g_1 B. \quad (15)$$

Аналогично из (3'), (9), (11) и (14) получаем

$$C \frac{\lambda_1}{\lambda} + \delta = -g_2 C \frac{\lambda_1}{\lambda} \frac{1}{\alpha} + g_2 B. \quad (16)$$

Исключая из (15) и (16) C , получаем

$$\delta = g dT_1/dx \quad (dT_1/dx \equiv dT_1/dx|_{x \rightarrow \infty}), \quad (17)$$

где коэффициент g (эффективного) температурного скачка равен

$$g = \alpha \left[\frac{\lambda_1}{\lambda} \frac{g_1}{\alpha} + \frac{g_1 g_2}{\alpha^2} + \frac{\lambda_2}{\lambda} \frac{g_2}{\alpha} \right] / \left[1 + \frac{\lambda_1}{\lambda} \frac{g_2}{\alpha} + \frac{\lambda_2}{\lambda} \frac{g_1}{\alpha} \right]. \quad (18)$$

4. Величина g_1 обычно порядка длины l_0 свободного пробега. Оценка порядка величины α дает

$$\alpha \sim l_0 \sqrt{\tau / \tau_0}, \quad (19)$$

где τ_0 — время свободного пробега. Обычно $\tau / \tau_0 \gg 1$; например, для выравнивания энергий поступательных и колебательных степеней свободы требуется время порядка $10^2 - 10^5 \tau_0$. Поэтому можно принять $g_1 \ll \alpha$.

Если g_1 и g_2 — величины одного порядка, то приближенно имеем

$$g = \frac{\lambda_1}{\lambda} g_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda} g_2. \quad (20)$$

При $g_2 \sim \alpha$ (что возможно при достаточно малом коэффициенте аккомодации для f_2 степеней свободы) получаем

$$g = \frac{\lambda_2 g_2}{\lambda \alpha + \lambda_1 g_2} \alpha. \quad (21)$$

При $g_2 \rightarrow \infty$ (внутренние степени свободы f_2 практически выключены из непосредственного теплообмена газа со стенкой)

$$g = g_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda} (\alpha + g_1). \quad (22)$$

5. Обычно условием применимости понятия температурного скачка (без учета рассмотренного здесь влияния релаксационной зоны II) является неравенство $l_0 \ll L$, где L — характерный размер температурного поля. При этом величина g в равенстве (4) не зависит от L и обратно пропорциональна давлению газа. Когда с уменьшением размеров аппаратуры или давления p газа l_0 становится сравнимым с L , возникает дополнительная зависимость (формально вводимого) температурного скачка от L и p .

Результат (18) получен в предположении $L \gg \alpha \gg l_0$. Поэтому аналогичные аномалии в поведении температурного скачка в многоатомных газах могут появляться уже при значительно более высоких давлениях и размерах L . Это обстоятельство могло бы рассматриваться как экспериментальное подтверждение влияния релаксационной зоны.

В заключение отметим, что изложенные результаты могут быть распространены на тот случай, когда роль зоны II играет область, где восстанавливается химическое равновесие (в смеси газов), возмущаемое стенкой.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
6 I 1965

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Л. Ландау, Е. Лифшиц, Механика сплошных сред, 1944. ² М. Девиен, Течения и теплообмен разреженных газов, ИЛ, 1962. ³ K. Schäfer, W. Rating, A. Eucken, Ann. Phys., (5), 42, 176 (1942). ⁴ С. Чепмен, Т. Каулинг, Математическая теория неоднородных газов, ИЛ, 1960.