



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. Р. Шафаревич, О некоторых тенденциях развития математики (лекция по случаю официального вручения Хейнемановской премии Геттингенской Академии Наук), *Матем. обр.*, 2003, выпуск 2, 20–24

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.172

26 марта 2025 г., 00:19:28



О некоторых тенденциях развития математики (лекция по случаю официального вручения Хейнемановской премии Геттингенской Академии Наук)

И. Р. Шафаревич

В лекции, прочитанной 30 лет назад, выдающийся русский математик и общественный деятель Игорь Ростиславович Шафаревич предлагает свою версию возможного смысла математической деятельности человечества. Основной текст печатается по изданию *И. Р. Шафаревич, Путь из-под глыб, М.: "Современник", 1991*. В настоящем издании добавлено примечание автора, отражающее его современное отношение к вопросу.

Примечание к публикации 2003 года.

Этот текст был опубликован 30 лет назад. После того я несколько раз сталкивался с возражениями некоторых моих коллег, ставивших под сомнение осмысленность самого вопроса, который здесь обсуждается. Мне говорили, что понятие "смысла" или "цели" так же неприменимо к математике, как, например, к человеческой истории или даже органической жизни, которая течет не "куда-то", а просто потому, что некогда возникла. Неожиданным образом поддержку своей веры в осмысленность вопросов подобного типа я получил от композитора — Шостаковича. В опубликованных после его смерти "Воспоминаниях" (или "Свидетельствах") говорится: "Смысл в музыке — это для многих звучит непривычно... Но несмотря на их наивность и даже грубость, эти вопросы, несомненно, имеют право на существование". Да и от ряда своих коллег-математиков я получил письма, показывавшие, что постановка таких вопросов чему-то в их душах созвучна.

Достоевский писал об этом вопросе, что он "не в его размерах". Точно так же и все упомянутые вопросы "не в человеческих размерах" — сомнительно, чтобы кто-то был способен предложить ответ на один из них. Но мне кажется, что нам полезно о них не забывать, и время от времени примерять их к нашей конкретной ситуации.

Всякое существо склонно воспринимать среду своего обитания как нечто безусловное, что и не может быть другим и что поэтому не порождает никаких вопросов. Так относится и математик к своей науке, — и только изредка, когда представляется повод взглянуть на нее со стороны, он вдруг замечает, с каким странным, в сущности неправдоподобным явлением имел дело всю жизнь. Для меня таким поводом было лестное предложение сказать здесь несколько слов о математике моим коллегам, работающим в далеких от нее областях науки.

При поверхностном наблюдении математика представляется плодом трудов многих тысяч мало связанных индивидуальностей, разбросанных по континентам, векам и тысячелетиям. Но внутренняя логика ее развития гораздо больше напоминает работу **одного** интеллекта, непрерывно и систематически развивающего свою мысль, лишь использующего как средство многообразие человеческих личностей. Как бы в оркестре, исполняющем кем-то написанную симфонию, тема переходит от одного инструмента к другому, и когда один исполнитель вынужден прервать свою партию, ее точно как по нотам, продолжает другой.

Поверьте, это не риторическая фигура! История математики знает очень много примеров того, что открытие, сделанное одним ученым, остается неизвестным, а позже с поразительной точностью воспроизводится другим. В письме, написанном ночью перед дуэлью, окончившейся его гибелью, Галуа высказал несколько утверждений исключительной важности об интегралах алгебраических функций. Более чем двадцать лет спустя Риман, который, безусловно, не знал о письме Галуа, вновь нашел и доказал в точности те же утверждения. Или: после того как Лобачевский и Болиаи независимо друг от друга положили начало неевклидовой геометрии, выяснилось, что два человека — Гаусс и Швейкарт более чем за 10 лет до этого тоже независимо друг от друга пришли к тем же результатам. Странное чувство испытываешь, видя одни и те же чертежи, как будто начерченные одной рукой в трудах четырех ученых, работавших совершенно независимо друг от друга.

Невольно приходишь к мысли, что такая поразительная, загадочная деятельность человечества, длящаяся несколько тысячелетий, не может быть случайной, должна иметь какую-то цель. А признав это, мы с необходимостью приходим к вопросу: **в чем состоит эта цель?**

Как может целая наука — не один только ее раздел и не в один лишь период ее развития — иметь единую цель? Попробуем усмотреть это на примере физики, которая всегда была так тесно связана с математикой. Ко времени Ньютона перед физикой вырисовалась захватывающая цель: построить теорию (или, как тогда говорили, систему) мира, то есть заключить всю вселенную в несколько простых законов, из которых многообразие физического мира может быть выведено чисто логически. Долгое время казалось, что Ньютон эту задачу в принципе решил, а на долю его последователей осталась лишь проверка того, что все известные явления описываются его системой. Только на периферии физики теория электричества не хотела укладываться в эту схему. Но в XIX в. именно явления электромагнетизма стали центром физики, и хотя этим была поколеблена ньютоновская концепция, зато возникла надежда, что ньютоновская механика, дополненная максвелловской теорией электромагнитного поля, позволит создать полную и окончательную систему мира. Однако и этим ожиданиям не было суждено сбыться, — квантовая механика и теория относительности вскоре разбили все старые концепции. Одно время физиков подогревало стремление извлечь из единой теории поля или из релятивистской квантовой механики полную теорию элементарных частиц и новую систему мира. Этого до сих пор не произошло, и вряд ли многие физики сейчас считают такие надежды реальными. Во всяком случае, если некоторое единство в

физической картине мира когда-нибудь и восстановится, трудно будет после стольких перестроек верить в окончательность этой системы.

Возвращаясь к математике, мы должны будем признать, что та глобальная цель, которую в своей амбиции физика себе несколько раз, хотя и без успеха, ставила, в нашей науке вообще не созрела. Как же это отражается на ее развитии?

Математика растет стремительно и непрерывно, не зная типичных для физики перестроек и кризисов, обогащая нас все новыми идеями и конкретными фактами. Я глубоко убежден, что достижения современной математики не менее совершенны, чем творения классиков XIX, XVIII и XVII вв., что они могут даже выдержать сравнение с плодами эллинского гения. Но ведь и прекраснейшие из современных достижений ни в чем принципиально не превосходят классические! Какова же ценность неограниченного накопления идей, в принципе одинаково глубоких? Не превращается ли математика в поразительно красивый вариант “дурной бесконечности” Гегеля?

Любая деятельность, лишенная цели, тем самым теряет и смысл. И если сравнить человечество с живым организмом, то математика окажется непохожей на осмысленную, целенаправленную деятельность. Скорее она аналогична инстинктивным действиям, которые могут стереотипно повторяться, пока работает некий внешний или внутренний возбудитель.

Не имея цели, математика не может выработать и представления о своей форме, ей остается в качестве идеала ничем не регулируемый рост, а вернее расширение по всем направлениям. Используя другое сравнение, можно сказать, что развитие математики не похоже на рост живого организма, который сохраняет свою форму, сам определяя свои границы. Оно больше напоминает рост кристалла или диффузию газа, которые будут распространяться неограниченно, пока не встретятся с внешним препятствием.

Очевидно, что такое развитие науки противоречит ощущению осмысленности и красоты, которое непреодолимо возникает при соприкосновении с математикой, — подобно тому, как невозможна бесконечно продолжающаяся прекрасная симфония.

Но только ли в нашей науке встает эта проблема? Я не думаю, что математика радикально отличается от других форм культурной деятельности. Однако ее объекты более абстрактны, в ней происходит отвлечение от большего числа случайных свойств. Как говорил Платон, в ней больше от познания чистого бытия и меньше — от мнений о предметах видимого мира, в ней “как бы грезят о сущем”. Поэтому в математике ясно различимы закономерности, хотя и универсальные, но лишь смутно видимые в других областях. В частности, то отсутствие целей и формы, о котором мы говорили выше, относится, как мне кажется, почти ко всей жизни современного человечества. Так, наряду с математикой, развивающейся без цели, мы видели пример физики, в погоне за непосильной, видимо, ей целью теряющей представление о какой-либо цели вообще.

Бесформенная, лишенная иной цели и смысла, кроме неограниченного расширения, лихорадочная деятельность уже несколько веков как захватила человечество. Она получила название “прогресса” и на некоторое время стала чем-то вроде суррогата религии. Ее последним порождением является современное индустриаль-

ное общество. Уже много раз указывалось на то, что эта гонка содержит в себе внутреннее противоречие, приводит к катастрофическим материальным последствиям: все возрастающему, непосильному для человека темпу изменений жизни, перенаселенности, уничтожению окружающей среды. На примере математики я хочу обратить внимание на не менее разрушительные духовные последствия: человеческая деятельность лишается глобальной цели, становится бессмысленной.

Опасность здесь не только отрицательная, она заключается не только в том, что напряженные усилия человечества, жизнь его наиболее талантливых представителей не освещаются пониманием их смысла. Она не исчерпывается и тем, что, не понимая цели своих действий, мы не можем предвидеть и их результатов. Духовная конституция человечества не позволяет ему долго мириться с деятельностью, цель и смысл которой ему не даны. И здесь, как и во многих других явлениях, вступает в силу механизм замещения — не найдя того, что им необходимо, люди не успокаиваются на этом, но прибегают к суррогатам. Пример этого нам всем хорошо известен — порвав связь с Богом милосердия и любви, люди тотчас создали себе других богов, требующих миллионов человеческих жертв. Согласно тому же закону, когда культурная деятельность человечества лишена ясного понимания своих целей, она пытается заимствовать себе осмысление из других источников. В частности, математик ищет смысл своей работы в выполнении заказа государства, которому он готов рассчитать траекторию ракеты или подслушивающий аппарат, а если это ученый крупного масштаба, — то спланировать и целое общество, состоящее из гибридов людей и компьютеров. Такая установка уродует не одни только души ученых, — появляются области математики, лишенные той божественной красоты, которая зачаровывает всех, знакомых с нашей наукой.

Более чем двухтысячелетняя история убеждает нас в том, что математика, по-видимому, не способна сама сформулировать ту конечную цель, которой может направляться ее развитие. Она должна, следовательно, заимствовать ее извне. Разумеется, я далек от того, чтобы пытаться указать решение этой глубокой, не только внутриматематической, но и общечеловеческой проблемы. Я хочу лишь указать на основные направления, в которых возможен поиск решения.

По-видимому, таких направлений есть два. Во-первых, можно пытаться извлечь цель математики из ее практических приложений. Но трудно поверить, что более высокая — духовная деятельность найдет свое оправдание в более низкой — материальной. В открытом в 1945 г. “Евангелии от Фомы” Иисус иронически говорит:

“Если плоть произошла ради духа, это — чудо. Если же дух ради тела, это — чудо из чудес”.

Вся история математики — убедительное доказательство того, что “чудо из чудес” невозможно. Если мы посмотрим на решающий в развитии математики момент, когда она сделала свой первый и самый значительный для человечества шаг и возникла та основа, на которой она зиждется — логическое доказательство, то увидим, что произошло это на материале, который просто исключал возможность практических приложений. Первые теоремы Фалеса Милетского устанавливали истины, очевидные для каждого здравомыслящего человека — вроде того, что диаметр делит круг на две равные части. Гениальность нужна была не для

того, чтобы увериться в справедливости этих положений, а для того, чтобы понять, что они нуждаются в доказательстве. Очевидно, что практическая ценность таких открытий — нулевая.

И в наше время, как ни разнообразны и глубоко приложения математики, отнюдь не под их влиянием возникли ее самые прекрасные достижения. Как же можно тогда ожидать, что приложения математики дадут ей эту цель, которую она не смогла найти своими внутренними силами?

Если мы, таким образом, отбросим этот путь, то останется, как мне кажется, только одна возможность: цель математике может дать не низшая сравнительно с ней, а высшая сфера человеческой деятельности — религия.

Конечно, сейчас очень трудно представить себе, как это может произойти. Но еще труднее вообразить, как математика сможет вечно развиваться, не зная, ни что, ни зачем она изучает. Да уже в следующем поколении она погибнет, захлестнутая потоком публикаций. А ведь это еще самая элементарная, внешняя причина.

С другой стороны, в принципе такое решение возможно — это доказано историей. Обратившись опять к той эпохе, когда математика только возникла, мы увидим, что тогда она знала свою цель и получила ее именно на этом пути. Математика сложилась как наука в VI в. до Р.Х. в религиозном союзе пифагорейцев и была частью их религии. Она имела ясную цель — это был путь слияния с божеством через постижение гармонии мира, выраженной в гармонии чисел. Именно эта высокая цель дала тогда силы, необходимые для научного подвига, которому принципиально не может быть равного: не открытия прекрасной теоремы, не создания нового раздела математики, но создания самой математики.

Тогда, почти в самый момент ее рождения, уже обнаружились те свойства математики, благодаря которым в ней яснее, чем где-либо, проявляются общечеловеческие тенденции. Именно поэтому тогда математика послужила моделью, на которой были выработаны основные принципы дедуктивной науки.

Кончая, я хочу выразить надежду, что по той же причине она теперь может послужить моделью для решения основной проблемы нашей эпохи:

обрести высшую религиозную цель и смысл культурной деятельности человечества.

Впервые опубликовано в журнале "Jahrbuch der Akademie der Wissenschaften in Göttingen", Göttingen, 1973.