



Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

O. V. Kim, A. L. Stasenko, Direct numerical simulation of drop kinetics in a turbulent vapour-gas mixture,
Mat. Model., 2007, Volume 19, Number 11, 121–128

<https://www.mathnet.ru/eng/mm1220>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.83

May 16, 2025, 13:43:53



ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИКИ МИКРОКАПЕЛЬ В ТУРБУЛЕНТНОЙ ПАРОВОЗДУШНОЙ СМЕСИ

© 2007 г. О.В. Ким, А.Л. Стасенко

Центральный аэрогидродинамический институт (ЦАГИ);
140180, Россия, Жуковский Моск. обл., ул. Жуковского, 1
University of Notre Dame; 118 Hessert Lab., Notre Dame, USA, IN 46556
Тел. (095) 556-81-85, факс(095) 777-6332, stasenko@serpantin.ru, okim@nd.edu

Работа выполнена в рамках проекта Российского фонда фундаментальных исследований, грант 06-0868/01 (продолжение 05-01-00646).

На основе прямого численного моделирования исследуется эволюция массового спектра микрокапель, связанная не только с их слиянием или дроблением при столкновениях из-за турбулентных пульсаций несущего газа (пара), но и с поверхностными фазовыми переходами (испарением или конденсационным ростом капель). Работа является развитием предыдущих статей [1, 2].

DIRECT NUMERICAL SIMULATION OF DROP KINETICS IN A TURBULENT VAPOUR-GAS MIXTURE

O.V. Kim, A.L. Stasenko

An evolution of the microdroplet mass spectrum is numerically simulated taking into account not only their coagulation or break up due to collisions caused by turbulent pulsation of the carrying gas (vapour), but also the surface interphase transitions (evaporation or condensation growth). This investigation serves as a development of the previous papers [1,2].

Введение

Исследование процесса осаждения частиц на поверхность твердого тела представляет большой практический интерес (обледенение элементов конструкции летательного аппарата или проводов линий электропередачи в переохлажденных облаках и туманах, запыление электрических контактов и т.д.). Соприкосновению частиц с телом предшествует движение в прилежащем слое газа, средняя скорость которого согласно модели погранслоя стремится к нулю у поверхности.

Рассмотрен случай небольших скоростей скольжения частиц относительно газа, связанных с турбулентными пульсациями последнего, и гравитационным осаждением частиц. Проведено прямое численное моделирование эволюции сталкивающихся микрокапель. В плане развития работ, доложенных на предыдущих конференциях NPNJ [1,2], учтена возможность испарения или конденсационного роста капель, а также наличие электрических зарядов и внешних полей.

При описании вероятности парного столкновения и исхода этого столкновения (коагуляция или дробление) использованы известные полуэмпирические интерполяции. Термической неравновесностью капли и газа пренебрегается. Исследовано влияние оттока пара на конденсацию и выделение фазового тепла на газодинамические параметры смеси.

Приведены примеры прямого численного моделирования траекторий и временной эволюции массового спектра микрокапель воды на трехмерном колмогоровском турбулентном «фоне» при различных начальных значениях пересыщения пара.

Разработанный численный алгоритм можно использовать для сопоставления результатов прямого численного моделирования «элементарных процессов» и макроскопического описания эволюции газочапельной смеси при любом заданном спектре турбулентности несущей среды.

Математическая модель кинетики микрокапель. Уравнение динамики отдельной капли имеет вид

$$\frac{d\mathbf{V}_s}{dt} = \frac{\mathbf{V}_g - \mathbf{V}_s}{\tau_V} + \mathbf{g} + \frac{\sum_{j \neq s}^J \mathbf{F}_{jm}}{m_s} + \frac{\mathbf{F}_E}{m_s}. \quad (1)$$

Первое слагаемое в правой части описывает газодинамическое взаимодействие капли с несущей средой. Здесь $\tau_V = \tau_V^r + \tau_V^{\text{St}}$ – характерное время скоростной релаксации, а τ_V^r и τ_V^{St} описывают свободномолекулярное и континуальное обтекание капли газом. Согласно [2], эти времена имеют вид

$$\tau_V^r = \frac{8a_s \rho_l}{\rho} \left\{ (1 - \alpha_v) \left[\frac{16}{3\sqrt{\pi}} + \frac{2}{3} \vartheta_g \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{T_s}{T_g}} \right] \sqrt{2R_g T_g} + \alpha_v \left[\frac{16}{3\sqrt{\pi}} + \frac{2}{3} \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{T_s}{T_g}} \right] \sqrt{2R_v T_g} \right\}^{-1},$$

$$\tau_V^{\text{St}} = \frac{2\rho_l a_s^2}{9\mu_m}.$$

Здесь a_s – радиус частицы, ϑ_g – коэффициент аккомодации скорости молекул газа, ρ_l, ρ – плотности частицы и смеси пара с газом, μ_m – молекулярная вязкость смеси, T_g, T_s – температуры газа и частицы, R_g, R_v – газовые постоянные компонентов смеси, α_v – массовая доля пара.

Второе слагаемое в правой части (1) – ускорение тяготения. Третье и четвертое слагаемые описывают соответственно электростатическое взаимодействие s -капли со всеми остальными j -каплями смеси и с внешним электрическим полем ($1 \leq j, s \leq J$). В предположении точечных зарядов эти силы имеют вид

$$\mathbf{F}_{js} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_s Q_j}{|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_j|^3} (\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_j), \quad \mathbf{F}_E = Q_s \mathbf{E}.$$

Модельная изотропная турбулентность несущей среды задается в виде волн со случайным сбоем фазы:

$$V_g^x = \sum_{i=1}^N V_{gi}^x, \quad V_{gi}^x = U_i \sin(k_{ix} x) \cdot \sin(\omega_i t + \alpha_{rand}),$$

где V_g^x – компонента скорости газа в направлении одной из осей декартовой системы координат, U_i – амплитуда i -й гармоники. Используется модель турбулентности Колмогорова, согласно которой амплитуда гармоники U_i связана с ее частотой ω_i соотношением: $U_i/U_0 = (\omega_i/\omega_0)^{-5/6}$, где U_0 – скорость газа, соответствующая минимальному масштабу турбулентности λ_0 .

Эффективность захвата одной капли при столкновении с другой описывается полуэмпирической интерполяцией Лэнгмюра-Блоджетта [3]:

$$\dot{Y}_{js} = \left[1 + \frac{3}{8} \frac{\ln(4\text{Stk}_{js})}{(\text{Stk}_{js} - 0.61)} \right]^{-2}, \quad \text{Stk}_{js} = \frac{a_j^2 |\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_s|}{9\mu_m a_s} \rho_l, \quad \text{Re}_{js} = \frac{2|\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_s| a_j \rho}{\mu_m}. \quad (2)$$

На рис.1 показана геометрия парного столкновения капель. Здесь $a_{s,j}, q_{s,j}, \mathbf{V}_{s,j}, \mathbf{r}_{s,j}$ – радиус, заряд, скорость и радиус-вектор s - или j -й капли; b_{sj} – прицельное расстояние; $\Delta \mathbf{V}_{js}$ – относительная скорость капель. Вероятность встречи частиц зависит от отношения реального сечения их столкновения πb_{js}^2 (уменьшенного из-за искривления траекторий капель при их сближении в

несущей среде) к геометрическому сечению $\pi(a_j+a_s)^2$. Безразмерные критерии Stk_{js} , Re_{js} – числа Стокса и Рейнольдса, зависящие от относительной скорости сталкивающихся капель.

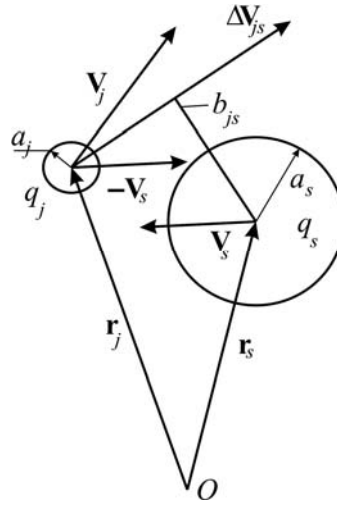


Рис.1. Схема парного столкновения s-й и j-й капель

Вероятность исхода столкновения (слияние или дробление) двух капель η_{js} в терминах эмпирического безразмерного параметра λ_{js} имеет вид [4]

$$\eta_{js} = 1.4 - 1.979\lambda_{js} + 0.507(2\lambda_{js}^2 - 1), \quad \lambda_{js} = \left(\frac{Re_{js}}{383.6}\right)^{0.572} \left(\frac{Lp_s}{370.37}\right)^{-0.153} \left(\frac{a_s/a_j}{2.37}\right)^{-0.597}.$$

Эта полуэмпирическая интерполяция получена для следующей области параметров: $6 < Re_{js} < 385$; $0.2 < Lp_s < 600$; $1 \leq a_s/a_j < 12$, $\lambda_{js} \leq 1$.

Уравнение массообмена капли с несущей средой при произвольных числах Кнудсена имеет вид [2]

$$\frac{da_s}{dt} = \frac{a_s}{\tau_a} \frac{\rho_v - \rho_{vs}}{\rho_g}, \tag{3}$$

где характерное время межфазного массообмена $\tau_a = \left(\frac{4a_s}{\alpha_k \langle c_v \rangle} + \frac{a_s^2}{D_v}\right) \frac{\rho_l}{\rho_g}$. (Здесь D_v , $\langle c_v \rangle$ – коэффициент диффузии и средняя тепловая скорость молекул пара.)

Конденсация водяного пара на каплях приводит к уменьшению степени пересыщения S . Имеем уравнение для плотности пара:

$$\frac{d\rho_v}{dt} = -\sum_{s=1}^N n_s \frac{dm_s}{dt}.$$

Конденсация пара на каплях приводит к выделению скрытой теплоты фазового перехода, что приводит к росту температуры дисперсной фазы. Используя однотемпературное приближение, уравнение энергии для системы воздух-пар-капли можно записать в виде

$$\frac{dT}{dt} (C_{gv}\rho_g + C_{pv}\rho_v + C_l\rho_l) = L_{lv} \sum_s \left(\left[\frac{dm_s}{dt} \right]^{phase} \cdot n_s \right) + \Delta F,$$

где в правой части учтено изменение свободной энергии при слиянии капель

$$\Delta F = 4\pi\sigma_l \sum_{s,j} \left((a_s^3 + a_j^3)^{2/3} - (a_s^2 + a_j^2) \right),$$

C_{pg} , C_{pv} , C_l – удельные теплоемкости газа, пара и жидкости.

Численное исследование эволюции полидисперсной смеси. Расчет проводился для нейтральных капель в кубической ячейке с ребром 5 мм. Начальный радиус капель задавался равным 1 мкм. Частотный диапазон возмущений: $\omega_l=3-6.5$ кГц. Минимальный масштаб пульсаций $\lambda_0=0.1$ мм, начальная температура газа $T=300$ К, плотность газа $\rho_g=1.1$ кг/м³, давление $p=94562$ Па, коэффициент диффузии водяного пара $D_v=2.7 \cdot 10^{-5}$ м²/с, $\alpha_k=1$, начальное значение пересыщения $S=\rho_v/\rho_{vs}=\rho_v/p_{vs}$ принимает значения от 1 до 5. При данной температуре массовая плотность насыщенного пара составляет $\rho_v=0.026$ кг/м³ $\ll \rho_g$. При пересечении капель границы расчетной ячейки выполняется условие зеркального отражения (т.е. ушедшая капля заменяется другой с той же по модулю нормальной компонентой скорости).

Ниже приведены результаты численного исследования кинетики газок капельной среды согласно принятой модели.

На рис.2 показаны зависимости радиуса случайно выбранной капли от времени при различных значениях пересыщения водяного пара. В начальный момент времени имела монодисперсная смесь, состоящая из капель воды радиусом 1 мкм. Видно, что в течение некоторого времени размер капли растет непрерывно за счет конденсации на ней водяного пара; резкие скачки размера происходят в моменты слияния с другими каплями различного радиуса. Поскольку длина свободного пробега молекулы для принятого набора входных параметров равна $8 \cdot 10^{-8}$ м, обтекание капли несущим газом почти с самого начала происходит в континуальном режиме, так что изменение ее радиуса со временем описывается законом Срезневского [5]:

$$a/a_0 = (1 + \text{const} \cdot t)^{1/2},$$

где a_0 – начальный радиус, t – время. Пунктиром показан случай постоянного пересыщения ($S=2$), размер капли монотонно растет за счет фазовых переходов и скачком меняется в результате столкновения с другой каплей. Штрих-пунктиром и пунктиром показаны случаи изменения радиуса капли с учетом падения плотности водяного пара вследствие его конденсации на каплях

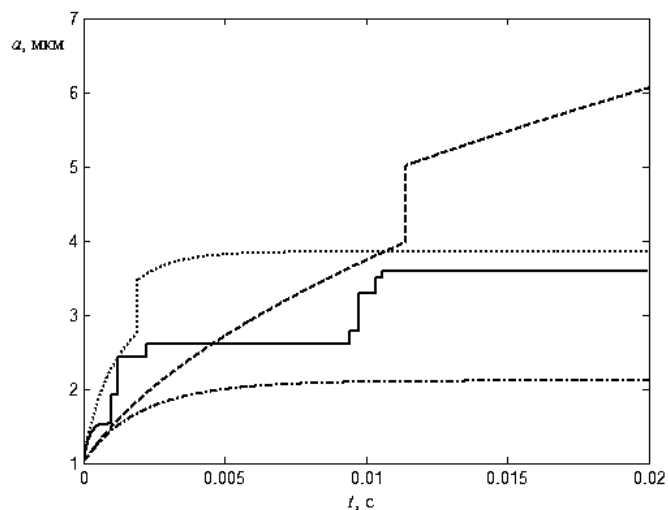


Рис.2. Зависимость радиуса капли от времени: сплошная линия – $S_0=5$ с учетом роста температуры за счет выделения скрытой теплоты конденсации и изменения свободной энергии при слияниях; пунктир – $S=2$, $\rho_v=\text{const}$; точечный пунктир – $S_0=5$, $T=\text{const}$; штрих-пунктир – $S_0=2$, $T=\text{const}$

для различных значений пересыщения ($S=2$ и 5) при постоянной температуре среды. Сплошной линией показано изменение размера с учетом роста температуры за счет выделения скрытой теплоты конденсации и изменения свободной энергии при слияниях (начальное пересыщение задавалось равным 5). Начальная концентрация дисперсной среды во всех случаях бралась равной 10^{14} м^{-3} . Видно, что в случае роста температуры характерное время массообмена капли меньше, чем в случае постоянной температуры, что объясняется более быстрым падением пересыщения. Дальнейший рост капли происходит за счет коагуляции.

На рис.3, 4 дано сравнение траекторий (в проекции на вертикальную плоскость) капли постоянного радиуса (в насыщенном паре) и растущей капли за счет постоянного пересыщения и слияния при столкновениях. Увеличение размера и, следовательно, массы капли приводит к росту времени релаксации капли по скорости и уменьшению “чувствительности” капли к пульсациям более высоких частот, что хорошо видно из рис.3 и 4: на заданном спектре пульсаций капля постоянного радиуса чаще изменяет направление своего движения, чем капля большего радиуса, растущая за счет конденсации.

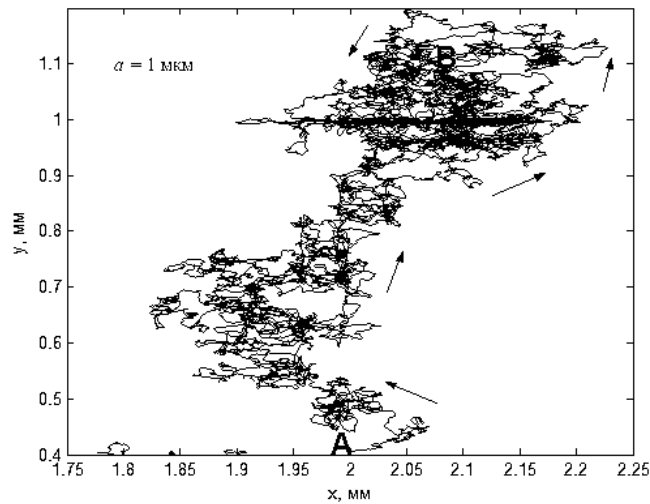


Рис.3. Фрагмент траектории движения капли радиуса 1 мкм в проекции на вертикальную плоскость xy . Начальная точка А, конечная В. $S=p_v/p_{vs}=1=\text{const}$

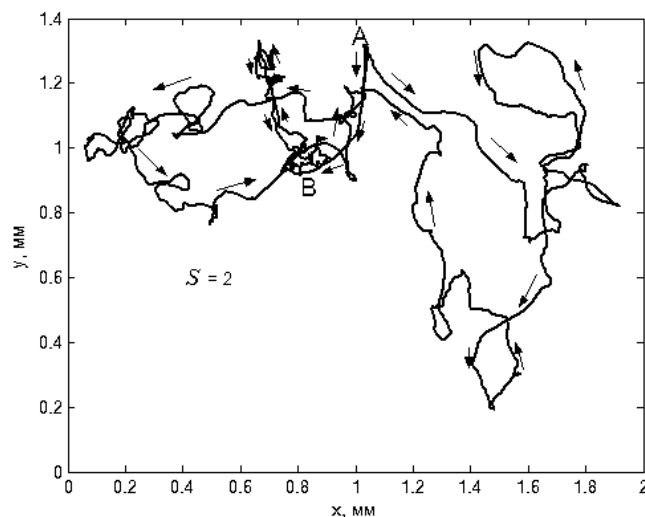


Рис.4. Фрагмент траектории движения растущей капли в проекции на вертикальную плоскость xy . Начальная точка А, конечная В. Постоянное значение пересыщения $S=p_v/p_{vs}=2$

На рис.5 представлены графики эволюции концентрации дисперсной среды с начальным размером 1 мкм и начальной концентрацией $4 \cdot 10^9 \text{ м}^{-3}$. Пунктирной кривой показан случай, когда отсутствуют фазовые переходы, температура постоянна и равна 300 К, а коэффициенты \dot{Y}_{js} и η_{js} равны 1. В остальных случаях коэффициенты \dot{Y}_{js} и η_{js} рассчитываются согласно (2). Нижней сплошной кривой показан случай постоянного пересыщения пара равного 5, температура в этом случае также постоянна и равна 300 К. Штрих-пунктир относится к случаю отсутствия фазовых переходов, но с учетом вероятностей слияния и столкновения. Точечная кривая и верхняя сплошная кривая показывают случаи уменьшения степени пересыщения за счет конденсации для начального значения пересыщения, равного 5. При этом в случае, показанном точечной кривой, температура постоянна, а в случае, показанном сплошной кривой, температура растет за счет выделения скрытой теплоты конденсации и выделения энергии при слиянии капель.

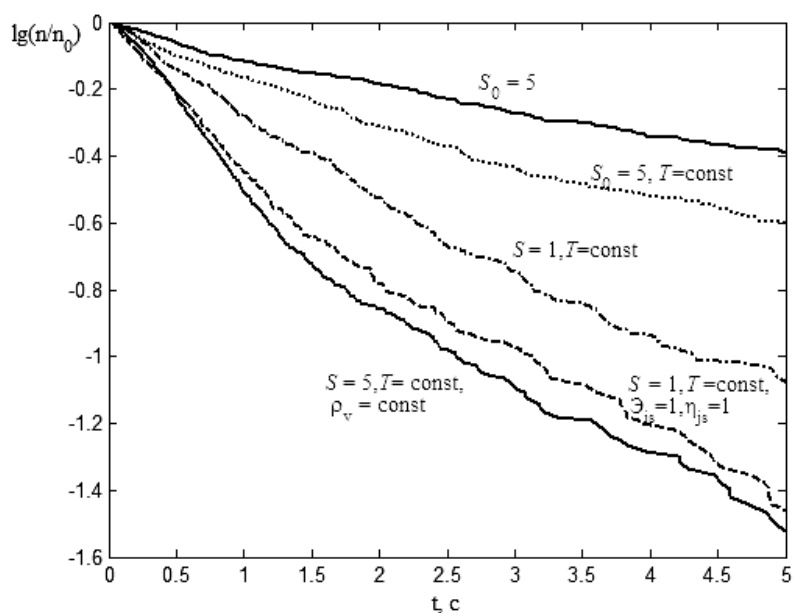


Рис.5. Изменение концентрации капель со временем. Сплошные линии: $S_0=5$, с учетом изменения температуры (верхняя кривая) и $S=5$, $\rho_v=\text{const}$ (нижняя); штрих-пунктир — $S=1$, $T=\text{const}$; точечная кривая — $S_0=5$, $T=\text{const}$; пунктир — без учета коэффициента захвата \dot{Y}_{js} и вероятности столкновения η_{js} ($\dot{Y}_{js}=\eta_{js}=1$)

Рис.5 показывает, что эволюция дисперсной среды довольно “чувствительна” к различным параметрам задачи. Из сравнения кривых, показанных пунктиром и штрих-пунктиром, видно влияние коэффициентов захвата и слияния капель. В случае поддержания постоянного пересыщения (нижняя сплошная кривая) концентрация падает быстрее, чем в случае учета уменьшения пересыщения S (точечная кривая). Постоянное поддержание пересыщения приводит к большим размерам капель и, как следствие, сечения и частоты столкновений.

Из сравнения верхней сплошной кривой и точечной кривой также следует, что учет изменения температуры для данных условий задачи замедляет процессы столкновений капель. Так, через время $t=5$ с концентрации отличаются в 1.26 раза.

Более медленное падение точечной кривой, чем кривой, показанной штрих-пунктиром, объясняется следующим образом. В пересыщенном паре капли начинают расти за счет конденсации, но через время ~ 0.3 сек (рис.6) насыщение падает до 1 и конденсация прекращается. С ростом размера капель увеличивается и их масса. Эффективность увлечения турбулентными пульсациями более крупных и тяжелых капель становится меньше, что приводит к более редким столкновениям, несмотря на увеличение геометрического сечения столкновения.

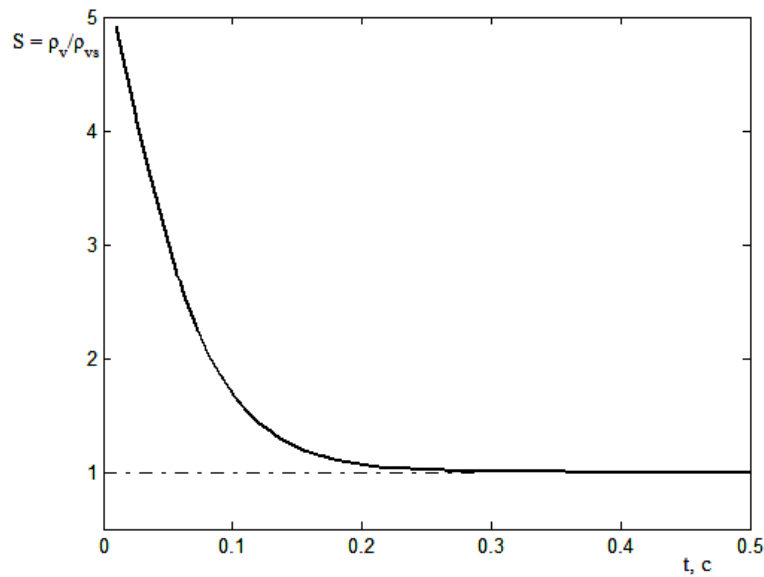


Рис.6. Зависимость пересыщения пара от времени, $S_0=5$, $T=\text{const}$

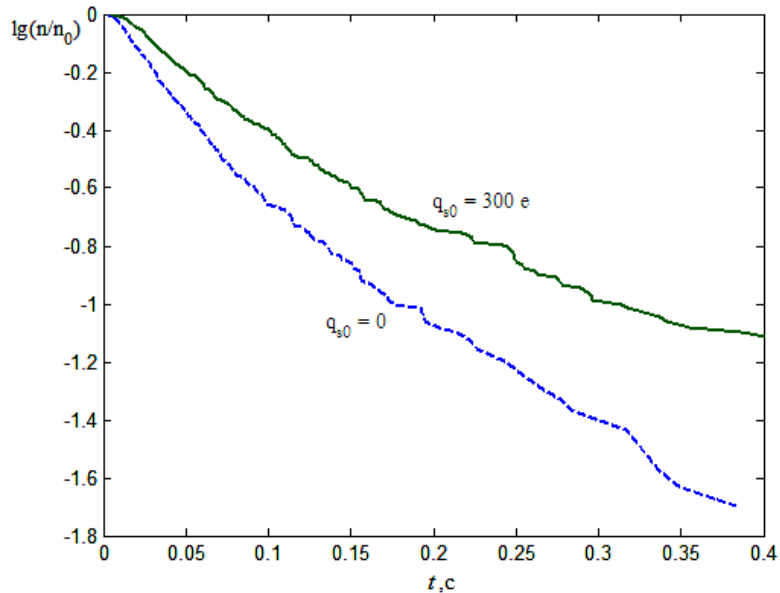


Рис.7. Изменение концентрации капель со временем: сплошная линия – начальный заряд капель равен $300e$, пунктир – нейтральные капли. В начальный момент времени в обоих случаях капельная фаза монодисперсна: $a_{s0}=0.3$ мкм. $T=300K=\text{const}$, $S=1$

На рис.7 показано влияние зарядов капель на скорость изменения концентрации. Заряженные капли в начальный момент времени имели одинаковый как по модулю, так и по величине заряд $300e$. Начальный размер капель 0.3 мкм. Учтены электрическое и гравитационное поля Земли: $E_3=100$ В/м, $g=9.8$ м/с². Предполагается, что капли находятся в термодинамическом равновесии с паром, $S=1=\text{const}$. В обоих случаях (заряженных и нейтральных капель) наблюдается монотонное падение концентрации. Из рис.7 видно, что эффективность столкновения одноименно заряженных капель меньше, чем нейтральных. Так, через $t=0.3$ сек концентрации в этих двух случаях отличаются в 2.5 раза.

Эволюция функции распределения нейтральных капель по размерам представлена на рис.8. В начальный момент времени капельная фаза монодисперсна и все капли имеют размер

0.3 мкм. В результате коагуляции капле малых радиусов образуются более крупные капли, что приводит к “размыванию” функции распределения в область больших радиусов и монотонному убыванию концентрации дисперсной среды. Через $t=0.03$ сек концентрация капле с радиусом 0.3 мкм уменьшается, появляются более крупные капли с размерами $\sim 0.4, 0.5$ и 0.7 мкм. Через 0.4 с появляются капли с радиусом ~ 1.85 мкм, при этом концентрация капле размера 0.3 мкм меньше начальной концентрации уже приблизительно в 40 раз.

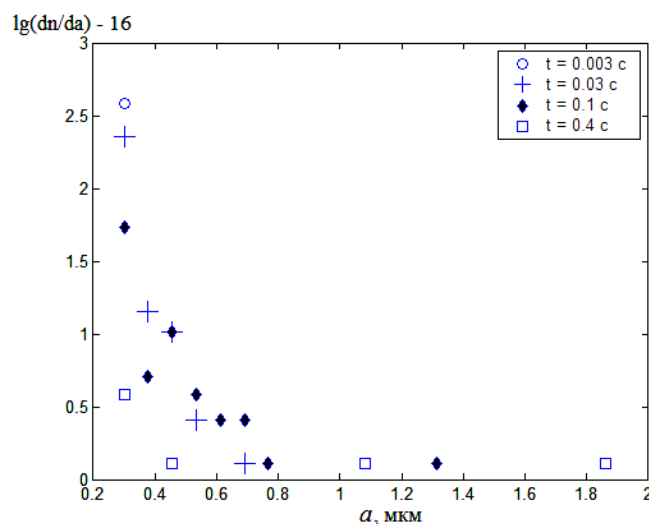


Рис.8. Эволюция функции распределения капле по размерам: $a_{s0}=0.3$ мкм, $T=300\text{K}=\text{const}$, $S=1$

Выводы

Выполнено прямое численное моделирование влияния различных физических процессов на эволюцию изначально монодисперсной газопарокапельной среды. Показано, что учет выделения скрытой теплоты конденсации и изменение свободной энергии при слиянии капле влияет на скорость роста капле и степень увлечения пульсациями газа, что приводит к уменьшению эффективности столкновения капле на заданном турбулентном фоне для данных параметров газовой и дисперсной сред. Эволюция капельной смеси существенно зависит от величины насыщения, а также вероятности парного столкновения и исхода этого столкновения. Показано, что для заданного колмогоровского спектра электростатическое взаимодействие заряженных капле между собой и с электрическим полем Земли значительно влияет на динамику смеси капле с начальным размером порядка микрометра и начальным зарядом порядка сотни элементарных зарядов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ким О.В., Миллер А.Б., Стасенко А.Л. Кинетика заряженных капле в спутном следе самолета // Математическое моделирование, 2003, т.15, №6, с.83–88.
2. Ким О.В., Стасенко А.Л. Кинетика капле в турбулентном потоке: характерные времена и прямое моделирование // Математическое моделирование, 2005, т.17, №11, с.103–117.
3. Стернин Л.Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах.– М.: Машиностроение, 1974, 212 с.
4. Васенин И.М., Архипов В.А., Бутов В.Г. и др. Газовая динамика двухфазных течений в соплах. – Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1986, 264 с.
5. Срезневский Б.И. Об испарении жидкостей – СПб.: типография В. Демакова, 1883.