

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. Н. Пятницкий, И. В. Гринберг, В. П. Чебанов, Апертурные искажения спектрального состава света, рассеянного электронами плазмы под малыми углами, *ТВТ*, 1974, том 12, выпуск 3, 593–599

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 100.28.231.85

8 ноября 2024 г., 18:41:50



УДК 537.531:535.3

АПЕРТУРНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНОГО СОСТАВА СВЕТА, РАССЕЯННОГО ЭЛЕКТРОНАМИ ПЛАЗМЫ ПОД МАЛЫМИ УГЛАМИ

Л. Н. Пятницкий, И. В. Гринберг, В. П. Чебанов

Получено выражение для спектрального распределения света, рассеянного электронами плазмы, в котором учитываются апертурные искажения спектра при его наблюдении под малыми углами. Предложен метод интегрирования этого выражения на ЭВМ, описаны результаты интегрирования. Приведены номограммы для определения параметров плазмы по экспериментальным результатам для углов рассеяния $2,5^\circ$; 5° ; 10° и различных апертур.

Регистрация спектра света, рассеянного под малыми углами, имеет некоторые особенности: в этом случае быстро достигаются критические и предельные условия диагностики [1]. Поэтому при малых углах обычно применяют не объективы, а конические линзы — аксиконы, ограничивающие пределы изменения угла рассеяния θ малым интервалом $\Delta\theta$ [2—4]. Но даже небольшая величина $\Delta\theta$ при некоторых обстоятельствах может вызвать заметные искажения контура спектра рассеянного света. Предлагаемая работа посвящена учету этих искажений.

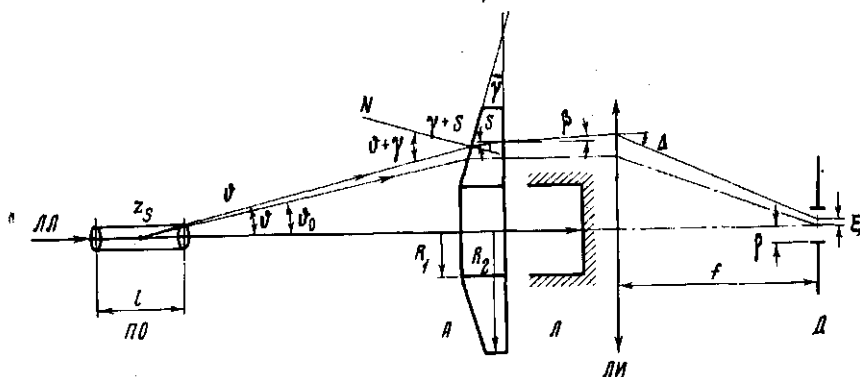


Рис. 1. Оптическая схема для наблюдения рассеянного света под малыми углами:

ЛЛ — луч лазера; ПО — плазменный объем; А — аксикон; Л — ловушка; ЛИ — линза; Д — диафрагма

Работу аксикона можно проследить по рис. 1, на котором схематически показана система, собирающая рассеянный свет под малыми углами. Параллельный пучок зондирующего излучения распространяется вдоль оси системы слева направо, проходит через отверстие аксикона и попадает в поглощающую ловушку Л. Диаметр пучка мал по сравнению с размерами аксикона. Луч света, рассеянный в точке z_0 , проходит через аксикон А и с помощью линзы ЛИ направляется в отверстие диафрагмы Д, за которой устанавливается не показанный на схеме анализатор спектра.

Пусть γ — угол при основании конуса аксикона; R_2 и R_1 — его внешний и внутренний радиусы. Линза *ЛИ* имеет фокусное расстояние f . Луч, рассеянный под углом θ к направлению распространения зондирующего луча и образующий с нормалью к конической поверхности N угол $\theta + \gamma$, проходит через аксикон под углом s и выходит из аксикона под углом β к оси z .

Из геометрических соображений следует, что угол преломления луча на конической поверхности равен $\gamma + s$. Для первой поверхности аксикона справедливо соотношение $\sin(\theta + \gamma) / \sin(s + \gamma) = n$, где n — показатель преломления вещества аксикона. При $\theta + \gamma < 20^\circ$ с точностью до 1% предыдущее равенство можно переписать в виде

$$(\theta + \gamma) / (\gamma + s) = n \quad (1)$$

и тем более

$$\beta = ns. \quad (2)$$

Отсюда сразу же получаем основное уравнение аксикона

$$\beta = \theta - (n - 1)\gamma. \quad (3)$$

При $\beta = 0$ имеем $\theta_0 = (n - 1)\gamma$.

Излучение, рассеянное из разных точек z и вышедшее из аксикона под одним и тем же углом β , сфокусируется в главной фокальной плоскости линзы *ЛИ* на расстоянии ξ от оси z

$$\xi = f\beta = f[\theta - (n - 1)\gamma]. \quad (4)$$

Если в эту плоскость поместить диафрагму с центральным отверстием радиуса δ , то $-\delta \leq \xi \leq \delta$, и через отверстие пройдут только лучи, рассеянные под углами, заключенными в интервале $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$, где

$$\theta_{1,2} = (n - 1)\gamma \pm \delta/f, \quad \delta/f = \Delta\theta. \quad (5)$$

Спектральная интенсивность света, рассеянного в элемент телесного угла $d\Phi = \theta d\theta d\varphi$, зависит от интенсивности зондирующего излучения J_0 , длины участка, с которого собирается рассеянный свет $l = (R_2 - R_1) / \theta$ и сечения рассеяния $F_\omega(\theta, \varphi)$. Таким образом, полная интенсивность равна

$$J_\omega = J_0(R_2 - R_1) \int_0^{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} F_\omega(\theta, \varphi) d\theta d\varphi. \quad (6)$$

Согласно [5]

$$F_\omega(\theta, \varphi) = \frac{\Gamma_\alpha(x)}{\sqrt{\pi} \omega_e} (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) n_e r_e^2.$$

$$\Gamma_\alpha(x) = \exp(-x^2) \{ [1 + \alpha^2 f(x)]^2 + \pi \alpha^4 x^2 \exp(-2x^2) \}^{-1}, \quad (7)$$

$$f(x) = 1 - 2x \int_0^x \exp(t^2 - x^2) dt;$$

$$\alpha = \left(\lambda_0 / \sin \frac{\theta}{2} \right) \sqrt{n_e e^2 / 4\pi k T_e};$$

$$x = \Delta\omega / \omega_e, \quad \omega_e = \omega_c^0 \sin \theta / 2 = 4\pi \lambda^{-1} \sqrt{2kT_e / m} \sin \theta / 2;$$

r_e — классический радиус электрона.

Так как α и x можно представить в виде $\alpha = \alpha_0 \cdot \theta_0 / \theta$ и $x = x_0 \cdot \theta_0 / \theta$ где α_0 и x_0 не зависят от θ и φ , то в выражении (6) переменные разделяются и его можно проинтегрировать по φ . Интегрируя (6) и принимая во внимание то обстоятельство, что угол θ мал, получаем выражение для спектрального распределения рассеянного света с учетом апертурных иска-

$$J_{\omega} = J_0 n_e \sqrt{\pi} 2(R_2 - R_1) \frac{r_e^2}{\omega \epsilon^0} \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \Gamma_{\alpha}(x) \frac{2 - \vartheta^2}{\vartheta} d\vartheta. \quad (8)$$

Его переменной частью является интеграл $I_{\omega} = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \Gamma_{\alpha}(x) \frac{2 - \vartheta^2}{\vartheta} d\vartheta$, определяющий форму спектра в функции безразмерной координаты x_0 в зависимости от параметра α_0 , а также ϑ_0 и $\Delta\vartheta$. α_0 и x_0 соответствуют значениям основного угла аксикона ϑ_0 . Вводя обозначения $R_0 = \alpha_0/x_0$; $a = x_0/(1+p)$; $b = x_0/(1-p)$; $p = \Delta\vartheta/\vartheta_0$ и переходя к интегрированию по x , получим для I_{ω} при $x_0 \neq 0$ следующее выражение:

$$I_{x_0} = \int_a^b \frac{(2x^2 - \vartheta^2 x_0^2) e^{-x^2} dx}{x^3 \{ [1 + R_0^2 x^2 f(x)]^2 + [\sqrt{\pi} R_0^2 x^3 e^{-x^2}]^2 \}}, \quad (9)$$

где ϑ_0 , α_0 , x_0 , p — внешние параметры.

В случае $x_0 = 0$ для I_{x_0} вместо (9) легко получить аналитическое выражение. При $x_0 = \alpha_0 = 0$ оно имеет вид

$$I_{x_0 = \alpha_0 = 0} = 2 \left(\ln \frac{1+p}{1-p} - \vartheta^2 p \right). \quad (10)$$

В остальных случаях для вычисления (9) необходимо прибегать к помощи ЭВМ. Однако прямое вычисление I_{x_0} на ЭВМ сопряжено с существенными трудностями. Эти трудности обусловлены тем, что при определенных сочетаниях внешних параметров функция $1 + R_0^2 x^2 f(x)$ обращается в нуль в некоторых точках x_j^* , принадлежащих интервалу (a, b) . С другой стороны, при больших значениях x второй член в знаменателе (9) становится очень малым, и в окрестности x_j^* функцию $1 + R_0^2 x^2 f(x)$ необходимо считать с большой точностью. В то же время в этих точках подинтегральное выражение становится подобным δ -функции, и основной вклад в значение I_{x_0} подинтегральное выражение вносит на малых участках $(x_j^* - \epsilon, x_j^* + \epsilon)$. Поэтому для достижения необходимой точности шаг интегрирования на этих участках должен быть очень мал, что приводит к чрезмерно большим затратам машинного времени. Кроме того, при малых шагах интегрирования на точность отрицательно влияет ограниченность разрядной сетки ЭВМ.

Для увеличения быстродействия программы функция $f(x)$ затабулирована в интервале от 0 до 6 с шагом 0,01. Значения $f(x_i)$ получены интегрированием дифференциального уравнения для $f(x)$

$$\frac{df}{dx} = \frac{f-1}{x} - 2xf \quad (11)$$

при

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=0} = 0 \text{ и } f(0) = 1.$$

Интегрирование этого уравнения производилось методом Рунге—Кутты четвертого порядка с постоянным шагом. Значения $f(x)$ вычислялись в программе линейной интерполяцией по таблице $f(x_i)$

$$f(x) = f(x_i) + [f(x_{i+1}) - f(x_i)](x - x_i), \quad (12)$$

где i определялось условием $x_i \leq x < x_{i+1}$.

Вторая трудность была преодолена следующим, по нашему мнению, весьма универсальным методом исправления подинтегральной функции.

Пусть требуется вычислить

$$I = \int_a^b \frac{\varepsilon_1(x) dx}{z^2(x) + \varepsilon_2^2(x)}, \quad (13)$$

где $z(x)$ обращается в нуль в k точках $x_j \in (a, b)$, причем $\varepsilon_1(x)$, $\varepsilon_2(x)$ — малые величины одного порядка, а $M_j = z'_x(x_j) \neq 0$. Введем обозначения

$$S(x) = \frac{\varepsilon_1(x)}{z^2(x) + \varepsilon_2^2(x)}, \quad S_j = \frac{\varepsilon_1(x_j)}{M_j^2(x-x_j)^2 + \varepsilon_2^2(x_j)} \quad (14)$$

и запишем I в следующем виде:

$$I = \int_a^b \left[S(x) - \sum_{j=1}^k S_j \right] dx + \Delta, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta &= \int_a^b \sum_{j=1}^k S_j dx = \sum_{j=1}^k \int_a^b S_j dx = \\ &= \sum_{j=1}^k \frac{1}{M_j} \frac{\varepsilon_1(x_j)}{\varepsilon_2(x_j)} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{b-x_j}{\varepsilon_2(x_j)} M_j \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{x_j-a}{\varepsilon_2(x_j)} M_j \right) \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Так как

$$\left| \frac{b-x_j}{\varepsilon_2(x_j)} M_j \right| \gg 1 \quad \text{и} \quad \left| \frac{x_j-a}{\varepsilon_2(x_j)} M_j \right| \gg 1,$$

то

$$\Delta = \sum_{j=1}^k \frac{\pi}{M_j} \frac{\varepsilon_1(x_j)}{\varepsilon_2(x_j)}. \quad (17)$$

При этом подынтегральная функция $S(x) - \sum_{j=1}^k S_j$ не имеет никаких особенностей в точках x_j и легко интегрируется на ЭВМ.

Описанный прием использовался при интегрировании (9) и показал высокую эффективность. Нули функции $1 + R_0^2 x^2 f(x)$ отыскивались методом дихотомии с точностью 10^{-6} по аргументу x . Программа составлена на языке Алгол-60 на базе системы программирования «Сигнал».

Интегрирование (9) проводилось для углов рассеяния $\vartheta_0 = 2,5^\circ; 5^\circ$ и 10° при $p = 0,05; 0,1; 0,2$ и $0,3$. Параметр α_0 менялся в интервале от 0 до 4 с шагом 0,25.

Вид спектров рассеяния в безразмерных координатах $x_0, I_{x_0}/I_{x_0-\alpha=0}$ для случая $\vartheta_0 = 5^\circ, p = 0,2$ и α_0 в указанном интервале приведен на рис. 2. Значениям параметра α_0 соответствуют цифры над кривыми, изображающими контуры спектров.

На рис. 3 на примере $\alpha_0 = 2,0; 3,0$ и $4,0$ показано влияние параметра p на вид спектра рассеяния для $\vartheta_0 = 5^\circ$. Для сравнения на том же рисунке под номером 1 приведены неискаженные спектры — функции $\Gamma_\alpha(x)$, вычисленные в работе [6], где показано, что параметры плазмы легко определить с помощью зависимостей $\delta x/x_1 = \chi(\alpha)$, $x_1 = \psi(\alpha)$ ($\delta(x)$ — полуширина контура спектра рассеяния, x_1 — положение его максимума) в случае $\alpha > 1$ и с помощью зависимостей $\delta x_{0,8}/\delta x = \chi'(\alpha)$, $\delta x = \psi'(\alpha)$ ($\delta x_{0,8}$ — ширина контура на уровне 0,8 максимума) в случае $\alpha < 1$.

Расчеты, проведенные на ЭВМ, позволяют построить такие же зависимости для каждой пары параметров ϑ_0 и p . Эти зависимости приводят-

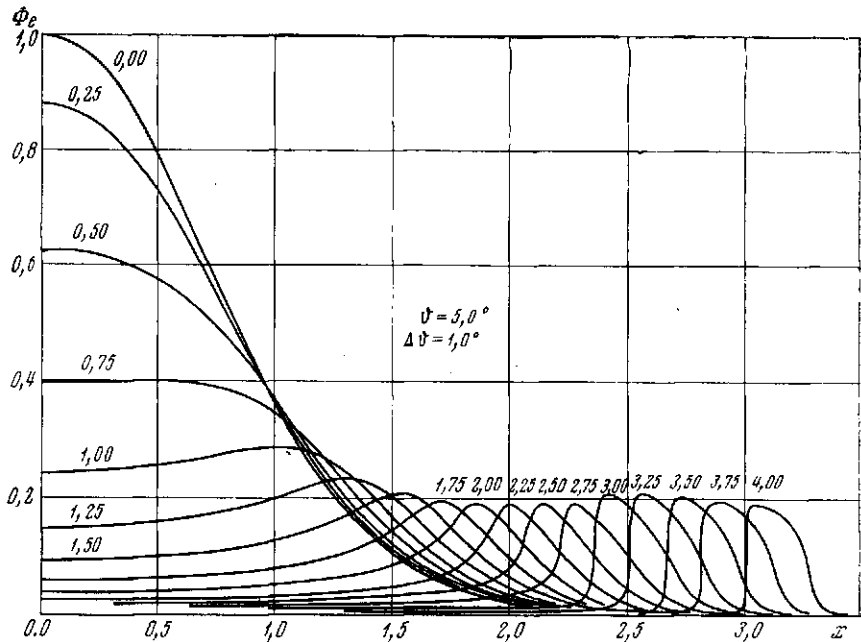


Рис. 2. Спектры рассеяния для $\theta_0=5,0^\circ$ и $p=0,2$

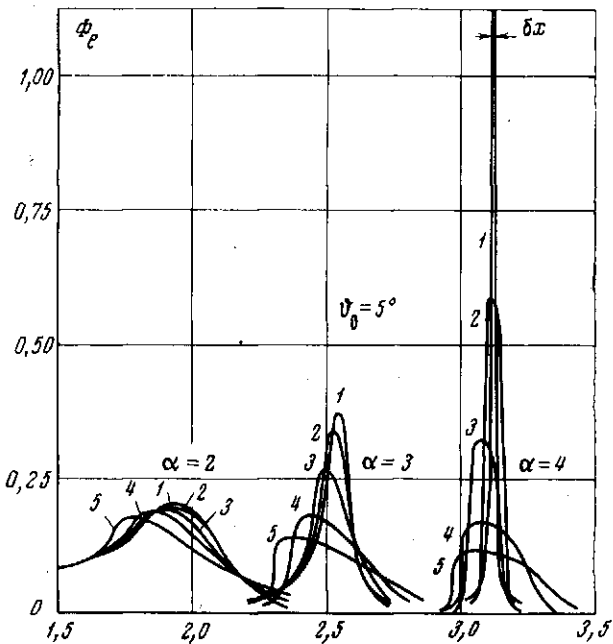


Рис. 3. Влияние параметра p на контуры спектров для случаев $\alpha_0=2,0; 3,0; 4,0$ при $\theta_0=5,0^\circ$

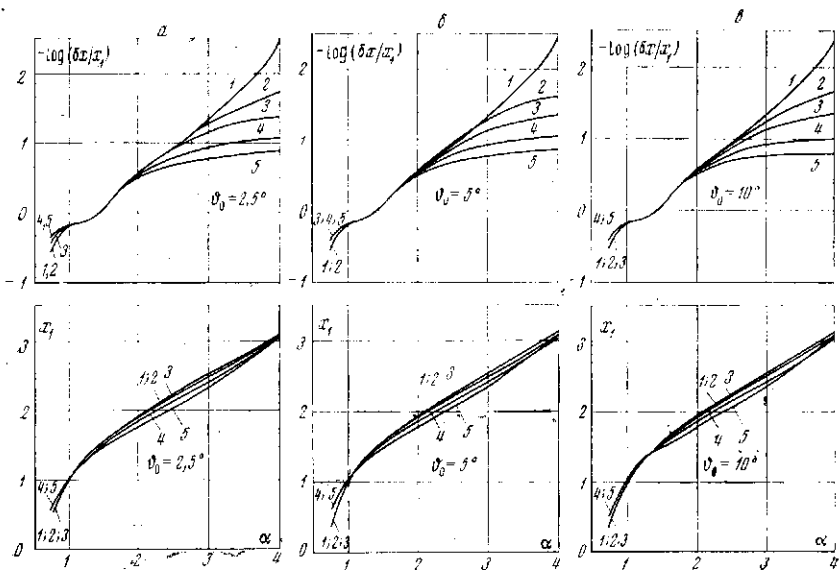


Рис. 4. Номограммы для определения параметров плазмы при больших α_0

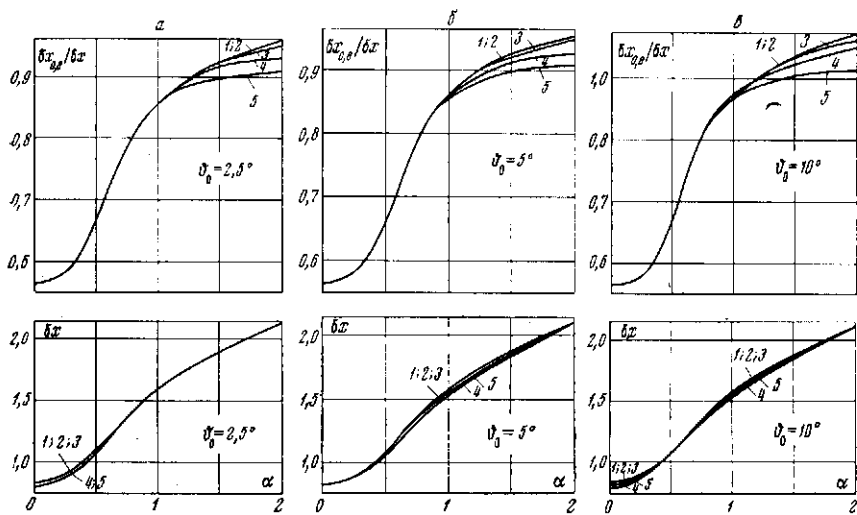


Рис. 5. Номограммы для определения параметров плазмы при малых α_0

ся на рис. 4 и 5. Они дают возможность также легко определить параметры плазмы по результатам экспериментов, как и при отсутствии апертурных искажений. Для этого необходимо найти полуширину $\delta\omega$ и положение максимума $\Delta\omega_1$ экспериментального спектра рассеяния и по графикам рис. 4 определить величины α и x_1 , откуда по формулам из [6]

$$T_e = (mc^2/2\omega^2 k\theta_0) (\Delta\omega_1/x_1)^2,$$

$$n_e = (m/8\pi e^2) (\alpha\Delta\omega_1/x_1)^2$$

(18)

вычисляются T_e и n_e . Аналогичная процедура справедлива в отношении графиков рис. 5.

Рис. 4 и 5 дают наглядное представление об ошибках, которые могут возникнуть в определении параметров плазмы при расшифровке экспери-

ментальных спектров рассеяния, если не учитывать апертурных искажений. При малых α эта ошибка невелика, но при $\alpha > 1$ она может быть весьма значительной. Однако и при учете апертуры по мере возрастания ее величины, а также при увеличении параметра α точность определения параметров плазмы падает. Поэтому при заданном угле рассеяния для каждой апертуры существует граничное значение α , выше которого расшифровка спектра становится затруднительной. В работе [1] такие условия были названы предельными.

Сказанное выше относится к электронной компоненте спектра рассеяния. Спектр ионной компоненты определяется параметром β

$$\beta = \sqrt{Z \frac{T_e}{T_i} \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2}}. \quad (19)$$

При малых значениях α параметр β относится к области величин, где апертурные искажения невелики. При больших α зависимость β от угла рассеяния становится слабой и в пределах даже большой апертуры β сохраняет свое значение почти постоянным. Поэтому на ионную компоненту апертурные искажения оказывают значительно меньшее влияние, чем на электронную, и в первом приближении ими можно пренебречь, если $ZT_e/T_i \sim 1$.

Институт высоких температур
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
30 I 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Н. Пятницкий, В. В. Коробкин. Ж. техн. физ., 40, 2449, 1970.
2. U. Ascoli-Bartoli, J. Katzenstein, L. Lovisetto. Nature, 204, 672, 1964.
3. S. A. Ramsden, W. E. R. Davis. Phys. Rev. Letters, 16, 303, 1966.
4. D. E. Evans, M. J. Forrest, J. Katzenstein. Nature, 211, 23, 1966.
5. E. E. Salpeter. Phys. Rev., 120, 1528, 1960.
6. Л. Н. Пятницкий, К. К. Олевинский. Теплофизика высоких температур, 8, 901, 1970.