

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Непомнящий, И. Б. Симановский, Возникновение колебательной конвекции в двухслойной системе, обусловленное наличием поверхностно-активного вещества на границе раздела, *Докл. АН СССР*, 1989, том 306, номер 2, 310–313

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.170

17 февраля 2025 г., 10:56:19



А.А. НЕПОМНЯШИЙ, И.Б. СИМАНОВСКИЙ

ВОЗНИКНОВЕНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ КОНВЕКЦИИ В ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЕ, ОБУСЛОВЛЕННОЕ НАЛИЧИЕМ ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНОГО ВЕЩЕСТВА НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА

(Представлено академиком О.М. Белоцерковским 19 XI 1985)

Принято считать, что влияние адсорбированной пленки поверхностно-активного вещества (ПАВ) на конвективную неустойчивость заключается в повышении порога возникновения конвекции [1]. В настоящей работе конвективная устойчивость равновесия жидкости при наличии ПАВ исследуется в двухслойной постановке: решается сопряженная гидродинамическая и тепловая задача в средах по обе стороны от границы раздела. Установлено, что ПАВ не только оказывает стабилизирующее влияние на монотонную моду неустойчивости, но и приводит к появлению нового типа колебательной неустойчивости, которая может оказаться наиболее опасной. Данный эффект имеет место для различных механизмов конвективной неустойчивости: рэлеевской конвекции, нерэлеевской конвекции при нагреве сверху [2], термокапиллярной конвекции.

1. Пусть пространство между двумя горизонтальными твердыми пластинами ($y = a_1$, $y = -a_2$), на которых поддерживается постоянная и различная температура (разность температур равна θ), заполнено двумя слоями вязких несмешивающихся жидкостей. Уравнение границы раздела в состоянии равновесия имеет вид $y = 0$. Плотности сред, коэффициенты динамической и кинематической вязкости, теплопроводности, температуропроводности и объемного расширения соответственно равны $\rho_m, \eta_m, \nu_m, \kappa_m, \chi_m, \beta_m$ ($m = 1$ для верхнего слоя, $m = 2$ для нижнего). Полагаем, что в нижней жидкости растворена поверхностно-активная примесь, характеризующаяся объемной концентрацией $C(x, y)$ и поверхностной концентрацией $\Gamma(x)$. Коэффициенты объемной и поверхностной диффузии примеси соответственно равны D_C и D_0 . Термодинамическое равновесное значение поверхностной концентрации связано со значениями объемной концентрации C , температуры T_2 и давления p_2 соотношением $\Gamma_e = f(C, T_2, p_2)$. Значения величин на границе раздела в состоянии механического равновесия обозначим Γ_0, C_0, T_0, p_0 . При малом отклонении Γ от Γ_e возникает поток примеси

$$j = -\frac{1}{\tau} [\Gamma - f(C, T_2, p_2)],$$

где τ — время релаксации; $j > 0$, если поток направлен из объема к поверхности. Понижение коэффициента поверхностного натяжения с ростом температуры и концентрации ПАВ описывается формулой $\sigma = \sigma_0 - \alpha T - \alpha_3 \Gamma$.

Введем обозначения: $\rho = \rho_1/\rho_2$, $\eta = \eta_1/\eta_2$, $\nu = \nu_1/\nu_2$, $\kappa = \kappa_1/\kappa_2$, $\chi = \chi_1/\chi_2$, $\beta = \beta_1/\beta_2$, $a = a_2/a_1$. В качестве единиц длины, времени, функции тока, температуры, поверхностной концентрации, объемной концентрации и плотности потока выберем соответственно a_1 , a_1^2/ν_1 , ν_1 , θ , Γ_0 , Γ_0/l , $\Gamma_0\nu_1/la_1$, где $l = (\partial f/\partial C)_{C_0, T_0, p_0}$.

Линеаризованные уравнения для возмущений функции тока ψ_m и температуры T_m , наложенных на состояние равновесия, имеют вид [3]

$$(1) \quad (\lambda + i\omega)\mathcal{D}\psi_m = -d_m \mathcal{D}^2\psi_m + ikGb_m T_m, \quad -(\lambda + i\omega)T_m - ikA_m \psi_m = \frac{c_m}{\rho} \mathcal{D}T_m,$$

$$m = 1, 2;$$

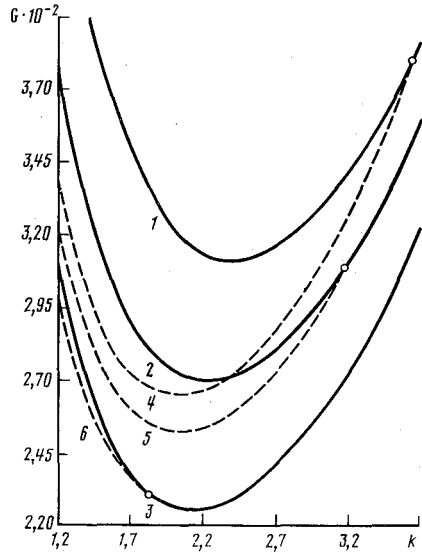
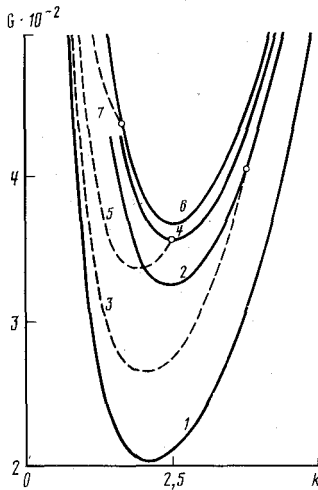


Рис. 1. Нейтральные кривые для термогравитационной конвекции при подогреве снизу в системе воздух-вода для нерастворимого ПАВ ($E = 0$) при $B = 0$ (1), 0,02 (2, 3), 0,05 (4, 5), 0,09 (6, 7)

Рис. 2. Нейтральные кривые для растворимого ПАВ; $E = 10^2$; $Sc = 10^3$; $A = 1$ (1, 4), 6 (2, 5), 31 (3, 6)

здесь k — волновое число, $\lambda + i\omega$ — комплексный декремент, $P = \nu_1/\chi_1$ — число Прандтля, $G = g\beta_1\theta a_1^3/\nu_1^2$ — число Грасгофа, $\mathcal{D} = d^2/dy^2 - k^2$, $b_1 = c_1 = d_1 = 1$, $b_2 = 1/\beta$, $c_2 = 1/\chi$, $d_2 = 1/\nu$, A_m — равновесные градиенты температуры в средах: $A_1 = -s/(1 + \kappa a)$, $A_2 = -s\kappa/(1 + \kappa a)$; s определяет характер подогрева ($s = 1$ при подогреве снизу, $s = -1$ при нагреве сверху).

Граничные условия на твердых стенках:

$$(2) \quad \begin{aligned} y = 1: \quad \psi_1 = \psi_1' = T_1 = 0, \\ y = -a: \quad \psi_2 = \psi_2' = T_2 = 0. \end{aligned}$$

Условие для нормальных напряжений на границе раздела приводится к виду

$$(3) \quad \begin{aligned} y = 0: \quad \psi_1''' - \eta^{-1} \psi_2''' + [(\lambda + i\omega)(1 - \rho^{-1}) - 3k^2(1 - \eta^{-1})] \psi_1' + \\ + ik[G(\rho^{-1} - 1)\delta_\beta^{-1} + k^2 \text{Mg} \eta^{-1} \delta_\alpha^{-1}] h = 0, \end{aligned}$$

где h — амплитуда отклонения границы, $\text{Mg} = \alpha\theta a_1/\eta_2\nu_1$, $\delta_\beta = \beta\theta$, $\delta_\alpha = \alpha\theta/\sigma_0$.

Неравенство $\delta_\beta \ll 1$ является условием применимости приближения Буссинеска. Во многих случаях относительное изменение поверхностного натяжения δ_α также невелико. Поэтому при конечных значениях k , $G(\rho^{-1} - 1)$ и Mg из (3) следует, что отклонение поверхности $h \ll 1$. В дальнейшем полагаем границу раздела плоской; учет деформации границы необходим только в области $k \ll 1$. Тогда условия на границе раздела запишутся в форме

$$(4) \quad \begin{aligned} y = 0: \quad \psi_1 = \psi_2 = 0, \quad \psi_1' = \psi_2', \quad T_1 = T_2, \quad \kappa T_1' = T_2', \\ \eta \psi_1'' - ik(\text{Mg} T_1 + B\Gamma) = \psi_2'', \end{aligned}$$

где Γ — амплитуда возмущения поверхностной концентрации ПАВ, $B = \alpha_0\Gamma_0 a_1/\eta_2\nu_1$.
Запишем задачу для возмущений объемной и поверхностной концентрации

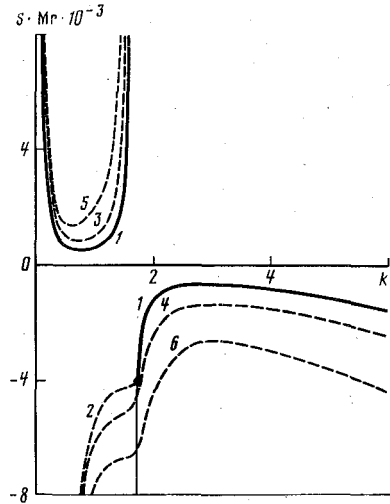
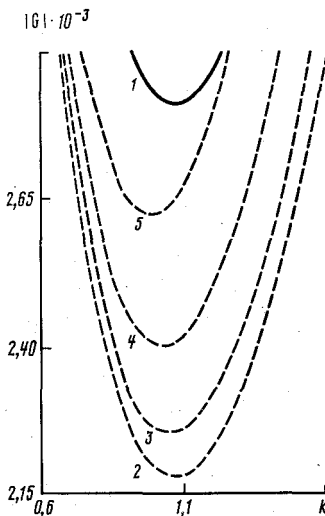


Рис. 3. Нейтральные кривые для термогравитационной конвекции при нагреве сверху в системе вода—ртуть при $E = 0$; $B = 0,001$ (1, 2), $0,5$ (3), $1,5$ (4), 3 (5)

Рис. 4. Нейтральные кривые для термокапиллярной конвекции в системе вода — масло DC-200 при $E = 0$; $B = 0$ (1, 2), 3 (3, 4), 8 (5, 6)

примеси:

$$(5) \quad -(\lambda + i\omega)C = Sc^{-1} \mathcal{D}C,$$

$$y = -a; \quad C' = 0;$$

$$y = 0: \quad C' = -Scj, \quad j = -AE(\Gamma - C), \quad -(\lambda + i\omega)\Gamma + ik\psi'_1 = -D_s k^2 \Gamma + Aj,$$

где $Sc = \nu_1/D_C$, $A = a_1/l$, $E = l^2/\nu_1\tau$, $D_s = D_0/\nu_1$.

Краевая задача для C допускает аналитическое решение, используя которое, получаем

$$(6) \quad y = 0: \quad \eta\psi''_1 - ik Mr T_1 + \frac{k^2 B\psi'_1}{\lambda + i\omega - D_s k^2 - A^2 EF^{-1}} = \psi''_2,$$

$$F = 1 + AE Sc \cdot \text{cth}(qa) \cdot q^{-1}, \quad q = [k^2 - (\lambda + i\omega) Sc]^{1/2}.$$

В пределе $A^2 E = a_1^2/\nu_1\tau \rightarrow 0$ (время релаксации для процесса растворения велико по сравнению с характерным гидродинамическим временем) растворение ПАВ не оказывает влияния на устойчивость равновесия.

2. Рассмотрим сначала термогравитационную конвекцию ($Mg = 0$) при подогреве снизу. В отсутствие ПАВ неустойчивость, как правило, имеет монотонный характер; колебательная неустойчивость обнаружена лишь для ограниченного числа систем [4]. Наличие ПАВ приводит к появлению нового типа колебательной неустойчивости. В качестве примера возьмем систему воздух — вода со следующими параметрами: $P = 0,758$, $\eta = 0,0182$, $\nu = 15,1$, $\kappa = 0,0396$, $\chi = 138$, $\beta = 17,7$, $a = 1$, $D_s = 10^{-3}$. Решение краевой задачи (1), (2), (4), (6) осуществлялось методом Рунге—Кутты. Результаты расчетов представлены на рис. 1, 2. Сплошными линиями показаны монотонные нейтральные кривые, штриховыми — колебательные. Колебательная неустойчивость реализуется в области $k < k_*$, на границах которой частота колебаний обращается в нуль. С ростом B величина k_* сначала нарастает, а затем убывает. Колебательные возмущения являются наиболее опасными в некотором интервале

$B_1 < B < B_2$. При $B \rightarrow \infty$ (твердая граница раздела) колебательная неустойчивость невозможна. Для растворимого ПАВ с ростом параметра A монотонные нейтральные кривые опускаются, область существования колебаний сужается, а частота колебаний уменьшается. Колебания остаются наиболее опасными в некотором интервале $0 < A < A_*$.

3. При нагреве сверху в отсутствие ПАВ для некоторых двухслойных систем возможна монотонная неустойчивость, обусловленная специфическим нерэлеевским механизмом [2]. Присутствие ПАВ приводит к сильной стабилизации монотонной неустойчивости; эффект стабилизации определяется комбинацией B/D_s . В длинноволновой области появляется колебательная нейтральная кривая, которая с ростом B стабилизируется значительно слабее, чем монотонная, и становится наиболее опасной. В отличие от рэлеевского случая колебательный механизм неустойчивости остается определяющим при сколь угодно больших B . На рис. 3 приведены нейтральные кривые для системы вода—ртуть с параметрами: $P = 7,17$, $\eta = 0,7586$, $\nu = 10,3$, $\kappa = 0,05$, $\chi = 0,02345$, $\beta = 0,3745$, $a = 1$, $D_s = 10^{-3}$.

4. Рассмотрим теперь влияние ПАВ на термокапиллярную конвекцию ($G = 0$). При $B = 0$ в зависимости от параметров жидкостей, способа подогрева и волнового числа возникновение термокапиллярной конвекции может быть обусловлено как монотонными, так и колебательными возмущениями [3, 5]. Рассмотрим систему вода—масло DC-200 ($P = 6,28$, $\eta = 0,915$, $\nu = 1,116$, $\kappa = 0,169$, $\chi = 0,472$, $a = 2$; $D_s = 10^{-3}$). На рис. 4 приведены нейтральные кривые для двух способов подогрева: снизу ($s = 1$) и сверху ($s = -1$). При подогреве снизу наличие ПАВ сильно стабилизирует монотонную неустойчивость и порождает колебательную неустойчивость. При нагреве сверху добавление ПАВ, помимо стабилизации монотонной неустойчивости, приводит к расширению области колебаний. Для растворимого ПАВ с ростом параметра A порог монотонной неустойчивости снижается, причем определяющее влияние на него оказывает параметр D_C/D_0 . Частота колебаний с ростом A уменьшается, однако область колебательной неустойчивости сохраняется при любых значениях A .

Возможность колебательной термокапиллярной неустойчивости при наличии ПАВ на свободной поверхности была установлена в однослойной постановке в [6]. Следует подчеркнуть, что вопреки утверждениям работы [6] колебательная неустойчивость в присутствии ПАВ обнаруживается в расчетах также при комбинированном действии термогравитационного и термокапиллярного механизмов ($G \neq 0$, $Mg \neq 0$).

Из изложенного следует, что эффекты стабилизации монотонной неустойчивости и возникновения нового типа колебательной неустойчивости при наличии ПАВ на границе раздела имеют универсальный характер и не зависят от физического механизма неустойчивости.

Институт механики сплошных сред
Уральского отделения Академии наук СССР
Пермь
Пермский государственный педагогический институт

Поступило
19 XI 1985

ЛИТЕРАТУРА

1. Berg J.C., Acrivos A. — Chem. Eng. Sci., 1965, vol. 20, p. 737–745.
2. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 6, с. 28–34.
3. Непомнящий А.А., Симаковский И.Б. — ПМТФ, 1985, № 1, с. 62–65.
4. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. — ДАН, 1982, т. 265, № 2, с. 302–305.
5. Непомнящий А.А., Симаковский И.Б. — ДАН, 1983, т. 272, № 4, с. 825–827.
6. Palmer H.J., Berg J.C. — J. Fluid Mech., 1972, vol. 51, p. 385–402.