П. И. Кузнецов, А. С. Юдина, Асимптотические разложения решений вырожденного гипергеометрического уравнения,
Дифференц. уравнения, 1987, том 23, номер 3, 428–434

8. Еругин Н. П. // Прикл. мат. и мех. 1950. № 5. С. 459—513.
9. Челышева Л. А. // Мат. исследования. 1968. Т. 3, № 1 (7). С. 184—197.
10. Kalitine B. // RAIRO Automatique / Systems Analysis and Control. 1982. Vol. 16, N 3. P. 275—286.
11. Гайшун И. В. Вполне разрешимые многомерные дифференциальные уравнения. Минск, 1983.
12. Богданов Ю. С. // Докл. АН СССР. 1964. Т. 258, № 1. С. 9—12.
13. Булгаков Н. Г., Калитин Б. С., Покатаев А. В. К устойчивости дискретных автономных систем. М., 1979. Деп. в ВИНИТИ 26.04.79, № 1543—79.
14. Матросов В. М., Анапольский Л. Ю., Козлов Р. И. // Метод функций Ляпунова и его приложения. Новосибирск, 1984. С. 16—33.

Белорусский государственный университет им. В. И. Ленина

Поступила в редакцию 6 февраля 1985 г.

УДК 517.923

П. И. КУЗНЕЦОВ, А. С. ЮДИНА

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РАЗЛОЖЕНИЯ РЕШЕНИЙ ВЫРОЖДЕННОГО ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Непосредственно из самого дифференциального уравнения выведены формулы регуляризованных асимптотических разложений фундаментальной системы решений вырожденного гипергеометрического уравнения в комплексной плоскости при больших значениях параметров в окрестности особой точки уравнения. На примере неполной гамма-функции показано, как предполагаемая методика может привести к получению качественно новых асимптотических разложений других специальных функций и решений дифференциальных уравнений, родственных вырожденному гипергеометрическому уравнению, рассматриваемых в математической физике и технике.

1. Случай $b\to\infty$, a и z фиксированы. Вырожденное гипергеометрическое уравнение [1, с. 321]

$$zw''+(b-z)w'-aw=0 \qquad (1.1)$$

будем рассматривать в комплексной плоскости z при комплексных параметрах b и a.

Рассмотрим первый случай, когда $b\to\infty$, a и z фиксированы. Введем в рассмотрение малый параметр $\varepsilon=1/b$, $\varepsilon\to 0$, и перейдем от уравнения (1.1) к уравнению

$$\varepsilon zw''+(1-\varepsilon z)w'-\varepsilon aw=0. \qquad (1.2)$$

Это уравнение относится к сингулярно возмущенным уравнениям с регулярной особой точкой $z=0$. Ранее такого вида уравнения рассматривались, например, в работах [2, 3].

Для структуры фундаментальной системы решений уравнения (1.2) при $\varepsilon\to 0$ справедлива

Теорема 1. *Фундаментальная система решений уравнения (1.2) имеет вид*

$$w_1(z,\varepsilon)=\sum_{k=0}^{\infty}\varepsilon^k u_k(z), \qquad (1.3)$$

$$w_2(z,\varepsilon)=z^{1-1/\varepsilon}\exp(z)\sum_{k=0}^{\infty}\varepsilon^k v_k(z), \qquad (1.4)$$

где функции $u_k(z)$, $v_k(z)$ определяются из рекуррентных соотношений

$$u_0(z)=1,\ u_k(z)=\int_0^z (au_{k-1}(z)+zu'_{k-1}(z)-zu''_{k-1}(z))dz, \qquad (1.5)$$

$$v_0(z)=1,\quad v_k(z)=\int\limits_0^z((1-a)v_{k-1}(z)+(2+z)v'_{k-1}(z)+zv''_{k-1}(z))dz, \tag{1.6}$$

$k=1, 2, \ldots$, *и являются многочленами k-го порядка. Ряды в (1.3), (1.4) асимптотические для любых фиксированных a и z при $\varepsilon\to 0$ в областях $\Omega_1=\{\varepsilon : 0\leqslant|\arg\varepsilon|<\pi-\delta\}$ и $\Omega_2=\{\varepsilon : \delta<|\arg\varepsilon|\leqslant\pi\}$ соответственно.*

Для доказательства теоремы получим прежде всего формальные решения уравнения (1.2) в виде (1.3) и (1.4).

Согласно теории уравнений с регулярной особой точкой, решения уравнения (1.2) будем искать в виде

$$w_i(z, \varepsilon)=z^{\rho_i(\varepsilon)}u_i(z, \varepsilon),\quad i=1, 2, \tag{1.7}$$

значения показателей ρ_i находятся из определяющего уравнения

$$\varepsilon\rho(\rho-1)+\rho=0,\quad \rho_1=0,\quad \rho_2(\varepsilon)=(\varepsilon-1)/\varepsilon.$$

Определим первое решение $w_1(z, \varepsilon)$, соответствующее корню $\rho_1=0$. Подчиним это решение условию

$$w_1(0, \varepsilon)=1 \tag{1.8}$$

и будем искать его в виде регулярного по ε ряда

$$w_1(z, \varepsilon)=\sum_{k=0}^{\infty}\varepsilon^k u_k(z). \tag{1.9}$$

Запишем уравнение (1.2) в виде

$$\begin{gathered} Lw\equiv L_0w+\varepsilon L_1w=0,\\ L_0w\equiv w',\quad L_1w\equiv zw''-zw'-aw. \end{gathered} \tag{1.10}$$

Из (1.8), (1.10) получаем следующие задачи для определения коэффициентов $u_k(z)$ ряда (1.9):

$$L_0u_0(z)=0,\quad u_0(0)=1,\quad L_0u_k(z)=-L_1u_{k-1}(z),\quad u_k(0)=0,\quad k=1, 2, \ldots \tag{1.11}$$

Из задач (1.11) функции $u_k(z)$ определяются в виде многочленов k-го порядка по рекуррентным формулам (1.5). Первые из них имеют вид

$$u_0(z)=1,\quad u_1(z)=az,\quad u_2(z)=(a+a^2)z^2/2,$$
$$u_3(z)=(a+a^2)(-z^2/2)+(a+3a^2/2+a^3/2)z^3/3.$$

Таким образом, коэффициенты ряда (1.3) определены по формулам (1.5), а тем самым получено первое решение уравнения (1.2).

Второе решение $w_2(z, \varepsilon)$, соответствующее корню $\rho_2(\varepsilon)$, будем искать по формуле (1.7), подчинив функцию $u_2(z, \varepsilon)$ условию

$$u_2(0, \varepsilon)=1. \tag{1.12}$$

Из формул (1.2), (1.7) следует, что функция $u_2(z, \varepsilon)$ удовлетворяет уравнению (индекс опущен)

$$\varepsilon zu''+(-1+2\varepsilon-\varepsilon z)u'+(1-\varepsilon-\varepsilon a)u=0, \tag{1.13}$$

решение которого, удовлетворяющее условию (1.12), можно определить непосредственно в виде регулярного по ε ряда, но, учитывая свойства решений уравнения (1.1), для упрощения дальнейших вычислений удобнее предварительно сделать замену (см. [2, 3])

$$u(z, \varepsilon)=\exp(z)v(z, \varepsilon), \tag{1.14}$$

определить уравнение для функции $v(z, \varepsilon)$

$$\varepsilon zv''+(-1+2\varepsilon+\varepsilon z)v'+\varepsilon(1-a)v=0,\quad v(0, \varepsilon)=1 \tag{1.15}$$

и далее определять функцию $v(z, \varepsilon)$ в виде ряда

$$v(z, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k v_k(z), \quad v_0(0)=1, \quad v_k(0)=1, \quad k=1, 2, \ldots \tag{1.16}$$

Для коэффициентов $v_k(z)$ ряда (1.16) из (1.15) получаем рекуррентные формулы (1.6), из которых $v_k(z)$ определяются в виде многочленов k-го порядка. Первые из них имеют вид

$$v_0(z)=1, \quad v_1(z)=(1-a)z, \quad v_2(z)=(2-3a+a^2)z^2/2+2(1-a)z.$$

В результате получаем второе формальное решение $w_2(z)$ уравнения (1.2) в виде (1.4), (1.6).

Докажем теперь асимптотический характер рядов в (1.3) и (1.4) при $\varepsilon \to 0$.

Рассмотрим первое формальное решение $w_1(z, \varepsilon)$ и обозначим остаток ряда (1.3) в виде

$$R_n(z, \varepsilon) = w_1(z, \varepsilon) - \sum_{k=0}^{n} \varepsilon^k u_k(z) = \varepsilon^{n+1} V_n(z, \varepsilon),$$
$$V_n(z, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k u_{n+k+1}(z). \tag{1.17}$$

Заметим, что $V_n(0, \varepsilon)=0$ для любого $n \geqslant 0$. Докажем ограниченность функции $V_n(z, \varepsilon)$. Из (1.2), (1.10), (1.11), (1.17) будем иметь

$$Lw_1 \equiv \sum_{k=0}^{n} \varepsilon^k Lu_k + \varepsilon^{n+1} LV_n,$$
$$\sum_{k=0}^{n} \varepsilon^k Lu_k \equiv L_0 u_0 + \sum_{k=1}^{n} \varepsilon^k (L_0 u_k + L_1 u_{k-1}) + \varepsilon^{n+1} L_1 u_n \equiv \varepsilon^{n+1} L_1 u_n. \tag{1.18}$$

Из (1.18) получаем уравнение для определения функции $V_n(z, \varepsilon)$:

$$LV_n(z, \varepsilon) = -L_1 u_n(z). \tag{1.19}$$

Из формул (1.10) следует, что функция $-L_1 u_n(z)$ есть многочлен n-го порядка, коэффициенты которого обозначим b_{nk}, и запишем уравнение (1.19) в развернутом виде

$$\varepsilon z V_n'' + (1-\varepsilon z) V_n' - \varepsilon z V_n = \sum_{k=0}^{n} b_{nk} z^k. \tag{1.20}$$

Решение уравнения (1.20) будем определять в виде ряда по степеням z с коэффициентами, зависящими от ε:

$$V_n(z, \varepsilon) = \sum_{k=1}^{\infty} c_{nk}(\varepsilon) z^k. \tag{1.21}$$

Подставляя (1.21) в (1.20), в результате получаем для коэффициентов $c_{nk}(\varepsilon)$ рекуррентные формулы

$$c_{n1}(\varepsilon) = b_{n0},$$
$$c_{nk}(\varepsilon) = \frac{\eta_k b_{n(k-1)} + \varepsilon (a+k-1) c_{n(k-1)}}{k[1+(k-1)\varepsilon]}, \quad k=2, 3, \ldots, \tag{1.22}$$
$$\eta_k = \begin{cases} 1, & 2 \leqslant k \leqslant n, \\ 0, & k \geqslant n+1. \end{cases}$$

Будем рассматривать в плоскости z область $D = \{z : |z| \leqslant R\}$, где R — любое положительное число. В области D для коэффициентов b_{nk} будут справедливы неравенства

$$|b_{nk}| < K_n / R^k. \tag{1.23}$$

В ε-плоскости рассмотрим область $\Omega_1=\{\varepsilon : 0\leqslant |\arg\varepsilon|<\pi-\delta_1\}$. Легко доказать, что в области Ω_1 справедливо неравенство

$$|1+(k-1)\varepsilon|=|(k-1)\varepsilon-(-1)|>\sin\delta_1=S. \tag{1.24}$$

Неравенства (1.23), (1.24) дают возможность получить оценки коэффициентов $c_{nk}(\varepsilon)$ в (1.22) в области $\overline{\Omega}_1=\{\varepsilon : (\varepsilon\in\Omega_1)\cap(|\varepsilon|\leqslant R_1)\}$ для любого $R_1>0$, а именно $c_{n1}(\varepsilon)=|b_{n0}|<P_n$, число P_n будет определено ниже,

$$|c_{n2}(\varepsilon)|<\frac{|b_{n1}|+|\varepsilon|\,|c_{n1}(\varepsilon)|\,(|a|+1)}{2\,|1+\varepsilon|}<\frac{M_n(1+P_n)}{SR}=$$

$$=\frac{\widetilde{M}_n(P_n^2-1)}{R(P_n-1)}<\frac{P_n^2}{R},$$

где $M_n=\max\{K_n, RR_1A\}$, $A=|a|+1$, $\widetilde{M}_n=M_n/S$, $P_n>1+M_n$.

Предположим, что имеет место неравенство

$$|c_{nk}(\varepsilon)|<P_n^k/R^{k-1}, \tag{1.25}$$

и докажем, что будет справедливо неравенство

$$|c_{n(k+1)}(\varepsilon)|<P_n^{k+1}/R^k. \tag{1.26}$$

Из формул (1.22)—(1.25) получим

$$|c_{n(k+1)}(\varepsilon)|<\frac{K_n/R^k+R_1(|a|+1)P_n^k/R^{k-1}}{S}<\frac{M_n(1+P_n^k)}{SR^k}<$$

$$<\frac{\widetilde{M}_n(1+P_n+\ldots+P_n^k)}{R^k}=\frac{\widetilde{M}_n(P_n^{k+1}-1)}{R^k(P_n-1)}<\frac{P_n^{k+1}}{R^k},$$

последнее неравенство справедливо, так как при $P_n>1+\widetilde{M}_n$ будет выполняться очевидное неравенство $P_n^{k+1}[P_n-(1+\widetilde{M}_n)]+\widetilde{M}_n>0$. Неравенство (1.26) доказано, а тем самым доказано, что ряд (1.21) сходится в круге $|z|<R/P_n$ при любом фиксированном n и $\varepsilon\in\overline{\Omega}_1$. Методом аналитического продолжения можно доказать, что ряд (1.21) сходится в любом круге с центром в точке $z=0$ плоскости z при $\varepsilon\in\overline{\Omega}_1$, так как коэффициенты уравнения (1.20) не имеют других особых точек, кроме $z=0$.

Функция $V_n(z, \varepsilon)$ как сумма степенного ряда (1.21) будет ограничена по модулю $|V_n(z, \varepsilon)|<C_n$ равномерно по z при $|z|\leqslant R$, постоянная C_n не зависит от $\varepsilon\in\overline{\Omega}_1$. Из соотношения (1.17) получаем, что $R_n(z, \varepsilon)=\varepsilon^{n+1}O(1)$, и это доказывает асимптотический характер ряда (1.3) при $\varepsilon\to0$ в Ω_1.

Аналогично доказывается асимптотический характер ряда в формуле (1.4) для второго решения $w_2(z, \varepsilon)$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\varepsilon^k v_k(z)=v(z, \varepsilon),$$

где функция $v(z, \varepsilon)$ формально удовлетворяет уравнению (1.15). Так как уравнение (1.15) такого же вида, как и уравнение (1.2), то все преобразования при доказательстве будут аналогичными первому случаю, поэтому приводить их здесь не будем, а заметим только, что в уравнениях (1.2) и (1.15) коэффициенты при первых производных для значений $\varepsilon=0$ и $z=0$ имеют противоположные знаки, тогда в результате вместо области Ω_1 будет область $\Omega_2=\{\varepsilon : \delta<|\arg\varepsilon|\leqslant\pi\}$. Теорема 1 доказана.

2. **Случай** $a=\alpha b$, $b\to\infty$, z **фиксировано.** В уравнении (1.1) обозначим $b=1/\varepsilon$, тогда $a=\alpha/\varepsilon$, $\varepsilon\to 0$, и перейдем к уравнению

$$\varepsilon z w''+(1-\varepsilon z)w'-\alpha w=0. \tag{2.1}$$

Теорема 2. *Фундаментальная система решений уравнгния (2.1) имеет вид*

$$w_1(z,\varepsilon)=\exp(\alpha z)\sum_{k=0}^{\infty}\varepsilon^k p_k(z), \tag{2.2}$$

$$w_2(z,\varepsilon)=z^{1-1/\varepsilon}\exp[(1-\alpha)z]\sum_{k=0}^{\infty}\varepsilon^k g_k(z), \tag{2.3}$$

где функции $p_k(z)$, $g_k(z)$ *определяются из рекуррентных формул*

$$p_0(z)=1,\ p_k(z)=-\int_0^z[(\alpha^2-\alpha)zp_{k-1}(z)+(2\alpha-1)zp'_{k-1}(z)+zp''_{k-1}(z)]dz,$$

$$g_0(z)=1,\ g_k(z)=\int_0^z[(1-2\alpha-\alpha z+\alpha^2 z)g_{k-1}(z)+$$

$$+(2+z-2\alpha z)g'_{k-1}(z)+zg''_{k-1}(z)]dz,$$

$k=1, 2, \ldots$, *и являются многочленами* k*-го порядка относительно* z. *Ряды в формулах (2.2), (2.3) асимптотические при любых фиксированных* α *и* z *при* $\varepsilon\to 0$ *в областях* $\Omega_1=\{\varepsilon : 0\leqslant|\arg\varepsilon|<\pi-\delta\}$ *и* $\Omega_2=\{\varepsilon : \delta<|\arg\varepsilon|\leqslant\pi\}$ *соответственно.*

Эта теорема доказывается аналогично теореме 1.

3. **Регуляризованное асимптотическое разложение неполной гамма-функции.** Выведем формулу для асимптотического разложения неполной гамма-функции [1, с. 86]

$$\gamma(a,z)=\int_0^z\exp(-t)t^{a-1}dt,\ \operatorname{Re}a>0, \tag{3.1}$$

при $a\to\infty$, рассматривая функцию $\gamma(a,z)$ как решение дифференциального уравнения

$$zw''+(1-a+z)w'=0 \tag{3.2}$$

в комплексной плоскости z при комплексном параметре a.

В уравнение (3.2) введем малый параметр $\varepsilon=1/a$, $\varepsilon\to 0$, и получим уравнение

$$\varepsilon z w''+(-1+\varepsilon+\varepsilon z)w'=0, \tag{3.3}$$

которое является сингулярно возмущенным уравнением с регулярной особой точкой $z=0$ такого же вида, как уравнение (1.2).

Для асимптотического интегрирования уравнения (3.3) применим методику п. 1.

Решение уравнения (3.3) будем искать в виде

$$w(z,\varepsilon)=z^{r(\varepsilon)}y(z,\varepsilon),\ y(0,\varepsilon)=1, \tag{3.4}$$

значение показателя $r(\varepsilon)\neq 0$ находим из определяющего уравнения

$$\varepsilon r(r-1)+(\varepsilon-1)r=0,\ r=1/\varepsilon,$$

функция $y(z, \varepsilon)$ удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению:

$$\varepsilon z y'' + (1+\varepsilon+\varepsilon z) y' + y = 0. \tag{3.5}$$

Для упрощения дальнейших вычислений, учитывая результаты, изложенные в [2, 3], в уравнении (3.5) перейдем к новой функции $s(z, \varepsilon)$, связанной с $y(z, \varepsilon)$ формулой

$$y(z, \varepsilon) = \exp(-z) s(z, \varepsilon). \tag{3.6}$$

Для определения $s(z, \varepsilon)$ из (3.4)—(3.6) получаем задачу

$$\varepsilon z s'' + (1+\varepsilon-\varepsilon z) s' - \varepsilon s = 0, \quad s(0, \varepsilon) = 1. \tag{3.7}$$

Решение задачи (3.7) будем искать в виде ряда

$$s(z, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k s_k(z). \tag{3.8}$$

Для определения коэффициентов $s_k(z)$ из (3.7) получаем следующие рекуррентные задачи:

$$\begin{gathered} s'_0(z) = 0, \quad s_0(0) = 1, \\ s'_k(z) = s_{k-1}(z) - (1-z) s'_{k-1}(z) - z s''(z), \quad s_k(0) = 0, \quad k = 1, 2, \ldots, \end{gathered} \tag{3.9}$$

из которых функции $s_k(z)$ определяются в виде многочленов k-го порядка, подставляя их в ряд (3.8), а далее используя формулы (3.6) и (3.4), получаем формальное решение уравнения (3.3) в виде

$$w(z, \varepsilon) = z^{1/\varepsilon} \exp(-z) \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k s_k(z). \tag{3.10}$$

Используя метод п. 1, легко доказать, что ряд (3.10) сходится асимптотически при $\varepsilon \to 0$ в области $\operatorname{Re} \varepsilon > 0$ равномерно по z в любой замкнутой области $|z| \leqslant R$.

Для получения асимптотического разложения неполной гамма-функции $\gamma(a, z)$ при $a \to \infty$ в формуле (3.10) перейдем к первоначальному параметру $a = 1/\varepsilon$ и введем нормирующий множитель $1/a$, в результате получим окончательную формулу

$$\gamma(a, z) = \frac{1}{a} z^a \exp(-z) \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{a}\right)^k s_k(z), \quad \operatorname{Re} a > 0, \tag{3.11}$$

где функции $s_k(z)$ определяются по формулам (3.9) и являются многочленами k-го порядка, которые имеют вид

$$s_0(z) = 1, \quad s_1(z) = z, \quad s_2(z) = -z + z^2,$$

$$s_3(z) = z - 3z^2 + z^3, \quad s_4(z) = -z + 7z^2 - 6z^3 + z^4, \ldots,$$

$$s_n(z) = \sum_{k=1}^{n} l_{nk} z^k,$$

где $l_{nk} = (-1)^{n+1} \sum_{m=0}^{k-1} (-1)^m C_{k-1}^m \dfrac{(m+1)^{n-1}}{(k-1)!}$.

$I(a, x)$	$I(11,6)$	$I(15,10)$	$I(19,10)$
По (3.11)	0,04267	0,083450	0,007186
По (3.12)	0,043	0,04	0,03
По [4]	0,042621	0,083458	0,007186

Для расчета коэффициентов многочленов $s_k(z)$ можно записать удобную рекуррентную формулу, связывающую коэффициенты двух последовательных многочленов $s_n(z)$ и $s_{n+1}(z)$:

$$l_{(n+1)k}=l_{n(k-1)}-kl_{nk},\quad k=1,2,\ldots,n,\quad l_{(n+1)(n+1)}=l_{nn}=1.$$

Отметим, что, используя связь между неполной гамма-функцией и функцией распределения χ^2

$$\gamma(a,x)/\Gamma(a)=P(\chi^2/\nu),\quad \nu=2a,\quad \chi^2=2x,$$

по формуле (3.11) можно получить асимптотическое разложение функции распределения χ^2 при $\nu\to\infty$ и аналогично для других функций, связанных с неполной гамма-функцией. В справочнике [1, с. 88] приводится следующая формула для асимптотического разложения неполной гамма-функции при $a\to\infty$:

$$\gamma(a,z)\sim\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n z^{a+n}}{(a+n)n!}. \tag{3.12}$$

Формулы (3.11) и (3.12) являются качественно различными, в (3.11) ряд является регуляризованным по степеням $1/a$.

Были проведены расчеты с целью сравнения практического применения формул (3.11) и (3.12) для различных фиксированных значений $z=x$ при $a\to\infty$, которые показали, что при значениях $0<x<5$ для $a>5$ обе формулы обеспечивают практически одинаковую точность. При $x>5$ преимущество формулы (3.11) несомненно, что иллюстрируется приведенной таблицей, где указаны некоторые значения функции $I(a,z)=$ $=\gamma(a,z)/\Gamma(a)$, рассчитанные по формулам (3.11), (3.12), и их значения, взятые из таблицы [4, с. 106, 134, 164].

Литература

1. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. М., 1979.
2. Юдина А. С. // Тр. Моск. энерг. ин-та. 1978. Вып. 357. С. 119—121.
3. Ломов С. А., Юдина А. С. // Изв. АН СССР. Сер. мат. 1982. Т. 46, № 5. С. 1124—1133.
4. Пагурова В. И. Таблицы неполной гамма-функции. М., 1963.

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию 13 мая 1985 г.

УДК 517.929

В. Г. КУРБАТОВ

ОБ УРАВНЕНИЯХ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА С ВНЕШНИМ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕМ

Уравнения нейтрального типа принято записывать и изучать независимо в двух различных формах: с внутренним дифференцированием (см., например, [1])

$$Dy'+By=h \tag{1}$$

и с внешним [2]

$$(Dy-H)'+By=0. \tag{2}$$

Здесь h и H — известные функции, а D и B — операторы типа Вольтерра [3].