

УДК 536.24

РАДИАЦИОННО-КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛОБМЕН В ОПТИЧЕСКИ ТОЛСТОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПЛАСТИНЕ

Домбровский Л. А.

Рассматривается радиационно-конвективный теплообмен в оптически толстом пограничном слое на изотермической пластине. Задача решается в приближении лучистой теплопроводности, а также с использованием более точных методов описания переноса излучения. Предложен метод поиска автомодельного решения. Анализируется зависимость автомодельного профиля температуры от определяющих параметров задачи. Рассмотрена возможность модификации приближения лучистой теплопроводности для более точного описания переноса излучения в пристенной области.

Рассмотрим теплообмен при ламинарном обтекании изотермической пластины однородным и равномерным потоком с вязкостью, линейно зависящей от температуры. Система уравнений пограничного слоя с учетом переноса теплового излучения по нормали к пластине в переменных Дордницына имеет вид [1, 2]

$$\varphi'''+\varphi\varphi''=0, \quad \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \zeta^2} + \text{Pr} \varphi \frac{\partial \bar{T}}{\partial \zeta} + \frac{\text{Pr}}{4} (k-1) M^2 \varphi''^2 - 2 \text{Pr} \varphi' \tau_x^* \frac{\partial \bar{T}}{\partial \tau_x^*} = 4 \text{Pr} \tau_x^* \frac{\partial \bar{q}}{\partial \tau} \quad (1)$$

Здесь штрих означает производную по переменной ζ , равной

$$\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho_e u_e}{\mu_e x}} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_e} dy \quad (2)$$

В (1) $\bar{T}=T/T_e$; $\varphi(\zeta)$ — функция Блазиуса; $\bar{q}=q/\sigma T_e^4$ — безразмерный поток излучения. Оптические координаты выражаются через коэффициент ослабления среды Σ и геометрические координаты x, y по формулам

$$\tau_x = \Sigma \int_0^x \frac{\beta}{\rho_e} dx, \quad \tau_x^* = \frac{\tau_x}{\text{Bo}}; \quad \tau = \Sigma \int_0^y \frac{\rho}{\rho_e} dy = 4 \sqrt{\text{Pr} N \tau_x^*} \zeta, \quad (3)$$

$$N = (C_p \mu_e / \text{Pr}) / (4 \sigma T_e^3 / \Sigma), \quad \text{Bo} = \rho_e u_e C_p T_e / \sigma T_e^4.$$

Граничные условия для уравнений (1) при непроницаемой поверхности пластины имеют вид [1, 2]

$$\varphi(0) = \varphi'(0) = 0, \quad \varphi'(\infty) = 2, \quad \bar{T}(\tau_x^*, 0) = \bar{T}_w, \quad \bar{T}(\tau_x^*, \infty) = 1, \quad \bar{T}(0, \zeta) = \bar{T}_0(\zeta), \quad (4)$$

где $\bar{T}_0(\zeta)$ — автомодельный профиль Польгаузена.

Рассмотрим радиационно-конвективный теплообмен на пластине в случае, когда пограничный слой оптически толстый. При этом, как и в [2], будем считать, что среда «серая» и коэффициент ослабления не зависит от температуры. Приближение оптически толстого пограничного

слоя использовалось в работе [3], где с помощью приближения лучистой теплопроводности исследовался теплообмен при ламинарном обтекании клина несжимаемой жидкостью. Расчеты для $Pr=1$ показали, что при $T_w \approx 0,5$ имеет место переход от увеличения конвективного теплового потока q^* под действием излучения к его уменьшению. Тем не менее, отмечалось, что выводы, полученные в приближении лучистой теплопроводности, нуждаются в проверке с использованием более надежного приближения для излучения. Данные по радиационно-конвективному теплообмену в оптически толстом пограничном слое, имеющиеся в монографиях [4, 5], относятся, главным образом, к результатам [3] и не снимают имеющихся вопросов. В данной работе радиационно-конвективный теплообмен в оптически толстом пограничном слое на пластине исследуется как с помощью приближения лучистой теплопроводности, так и с привлечением более точных методов. Рассматривается не только случай $Pr=1$, $M=0$ [3], но и влияние изменения этих параметров на взаимодействие излучения, теплопроводности и конвекции.

Из (3) для оптически толстого пограничного слоя $20\sqrt{N\tau_x^*} \gg 1$. Будем предполагать также, что $N > 0,1$. В этом случае взаимодействие излучения, теплопроводности и конвекции ограничено областью, размер которой незначительно превышает толщину пограничного слоя. Поэтому для решения задачи можно использовать уравнения пограничного слоя с учетом излучения не только в рассматриваемой ситуации, но и в тех случаях, когда уравнения пограничного слоя не дают правильного решения для внешнего течения.

Для решения задачи при отсутствии рассеяния излучения средой воспользуемся приближением лучистой теплопроводности. В приближении лучистой теплопроводности величина потока излучения определяется по формуле

$$\bar{q} = -\frac{1}{3} \frac{\partial \bar{T}^4}{\partial \tau}. \quad (5)$$

В этом случае правая часть уравнения энергии (1) не зависит от τ_x^* и получается автомодельное решение, т. е. краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения

$$\bar{T}'' + Pr \varphi \bar{T}' + \frac{Pr}{4} (k-1) M^2 \varphi''^2 = -\frac{4}{3N} (\bar{T}^3 \bar{T}')', \quad (6)$$

$$\bar{T}(0) = \bar{T}_w, \quad \bar{T}(\infty) = 1. \quad (7)$$

В такой постановке решение зависит от четырех определяющих параметров: T_w , N , Pr , $E = (k-1)M^2/(1-T_w)$. Очевидно, что случай $N \gg 1$ соответствует пренебрежимо малому влиянию излучения на конвективный теплообмен. Из уравнения (6) видно, что при больших N поправки к конвективному и полному тепловым потокам за счет влияния излучения на профиль температуры пропорциональны $1/N$, т. е.

$$q^*/q_0^* = 1 + K/N, \quad q^n/q_0^n = 1 + K_n/N, \quad q^{nk}/q_0^{nk} = 1 + K_{nk}/N, \quad (8)$$

где коэффициенты K , K_n и K_{nk} могут быть определены путем численного решения задачи. Для удобства вычислений уравнение (6) можно переписать в виде

$$\left(1 + \frac{4}{3N} \bar{T}^3\right) \bar{T}'' + \left(Pr \varphi + \frac{4}{N} \bar{T}^2 \bar{T}'\right) \bar{T}' = -\frac{Pr}{4} (1 - \bar{T}_w) E \varphi''^2. \quad (9)$$

Уравнение (9) с граничными условиями (7) решалось прогонкой с использованием метода итераций. В качестве нулевого приближения взят профиль Польгаузена $\bar{T}_0(\xi)$. Результаты расчетов показаны на рис. 1, 2.

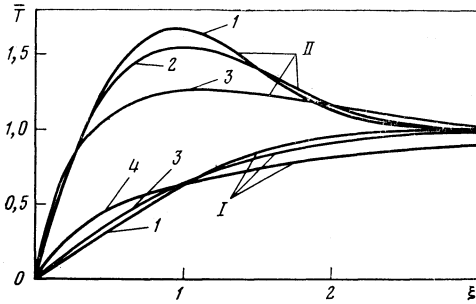


Рис. 1

Рис. 1. Влияние излучения на профили температуры в пограничном слое при $Pr=1$: I — $E=0$, II — 9; 1 — без излучения; 2 — $N=10$; 3 — 1; 4 — 0,1

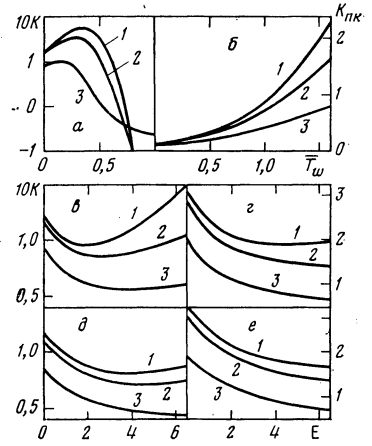


Рис. 2

Рис. 2. Влияние излучения на поправки к конвективному и полному тепловым потокам в зависимости от T_w при $E=0$, $Pr=1$ (а, б) и в зависимости от E при $T_w=0.5$ (в, г) и 0,5 (з, е): в, з — $Pr=1$; б, е — 0,5; 1 — $N \geq 20$ (а, б); $N=10$ (в-е); 2 — $N=1$; 3 — 0,1

Прежде чем перейти к обсуждению результатов расчетов, заметим, что в приближении лучистой теплопроводности

$$q^n = q^k \left(1 + \frac{4}{3N} \bar{T}_w^3 \right), \quad K_n = K, \quad K_{пк} = K + \frac{4}{3} \bar{T}_w^3 \left(1 + \frac{K}{N} \right). \quad (10)$$

Рассмотрим сначала случай пренебрежимо малой вязкой диссипации энергии в пограничном слое ($E=0$). Из рис. 1 видно, что излучение приводит к утолщению пограничного слоя и увеличению производной $\partial \bar{T} / \partial \xi$ у поверхности пластины. При $N > 10$ влияние излучения на профиль температуры незначительно. Из рис. 2, а видно, что при $\bar{T}_w < 0,5$ излучение интенсифицирует конвективный теплообмен, а при $\bar{T}_w > 0,75$ уменьшает его. Формулы (8) с коэффициентами, не зависящими от N , оказываются справедливыми с достаточно высокой точностью уже при $N > 5$, а при $\bar{T}_w \ll 1$ — и для меньших N . На рис. 2, а показаны зависимости $K(\bar{T}_w)$ для $Pr=1$, совпадающие в пределах толщины линий с кривыми для $Pr=0,5$. Незначительное влияние числа Прандтля на коэффициент K можно объяснить путем непосредственного анализа уравнения (6) при $M=0$. Действительно, производя замену переменной $\xi = \bar{\xi} / \sqrt[3]{Pr}$ и полагая приближенно $\varphi(\bar{\xi}) = \varphi''(0) \bar{\xi}^2$, получаем

$$d^2 \bar{T}_0 / d\bar{\xi}^2 + \varphi''(0) \bar{\xi}^2 d\bar{T}_0 / d\bar{\xi} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{d^2 \bar{T}}{d\bar{\xi}^2} + \varphi''(0) \bar{\xi}^2 \frac{d\bar{T}}{d\bar{\xi}} = - \frac{4}{3N} \frac{d}{d\bar{\xi}} \left(\bar{T}^3 \frac{d\bar{T}}{d\bar{\xi}} \right).$$

В соответствии с (11) отношение $(d\bar{T}/d\bar{\xi}) / (d\bar{T}_0/d\bar{\xi})$ не зависит от числа Прандтля. Принимая во внимание достаточно хорошую аппроксимацию функции $\varphi(\bar{\xi})$ параболой, можно сделать вывод о слабом влиянии числа Прандтля на отношение q^k/q_0^k , а следовательно, и на величину K .

Несмотря на то, что конвективный тепловой поток может уменьшаться за счет воздействия излучения на профиль температуры, полный тепловой поток всегда выше, чем конвективный тепловой поток, рассчитанный без учета излучения (рис. 2, б). При этом коэффициент $K_{пк}$ монотонно возрастает при повышении температуры пластины. Аналогичный результат

получен в [3]. Заметим, что по (10) доля излучения в суммарном тепловом потоке пропорциональна \bar{T}_w^3/N . Таким образом, при $\bar{T}_w \ll 1$ излучение, дающее ничтожно малый поток на стенку, может существенно влиять на конвективный теплообмен.

Рассмотрим случай, когда вязкой диссипацией пренебречь нельзя. На рис. 1 видно, что влияние излучения наиболее заметно в области максимума температуры, так что даже при $N=10$ максимальная температура существенно уменьшается. Результаты расчетов, представленные на рис. 2, $\epsilon-\epsilon$, показывают влияние числа Эккерта на конвективный и полный тепловые потоки. Характер кривых определяется двумя противоположными тенденциями. С одной стороны, увеличение вязкой диссипации энергии в пограничном слое приводит к значительному росту градиента температуры у стенки, что ограничивает возможность дополнительного увеличения конвективного теплового потока за счет излучения. С другой стороны, при больших числах Эккерта в пограничном слое имеется максимум температуры; излучение этой высокотемпературной области может способствовать еще большему прогреву среды у поверхности пластины. Из рис. 2, $\epsilon-\epsilon$ видно, что при $N \ll 1$ преобладает первая тенденция, тогда как для оптически более толстого пограничного слоя при $N=10$ в случае $Pg=1$ кривые $K(E)$ имеют минимум.

Приближение лучистой теплопроводности, вообще говоря, несправедливо вблизи поверхности пластины [4, 5]. Поэтому полученные результаты нуждаются в проверке с использованием более точных методов описания переноса излучения. Например, можно воспользоваться нулевым приближением метода двойных сферических гармоник DP_0 или первым приближением метода сферических гармоник P_1 . При этом можно учесть и рассеяние излучения в среде. Для определения члена с излучением в уравнении энергии в названных приближениях при изотропном рассеянии имеем (при фиксированном τ_x^*)

$$\begin{cases} d\bar{q}/d\tau + \alpha\bar{g}_0 = 4\alpha\bar{T}^4, \\ \frac{d\bar{g}_0}{d\tau} + \frac{\lambda^2}{\alpha}\bar{q} = 0, \end{cases} \quad (12)$$

$$\epsilon_w\bar{g}_0(0) + 2(2-\epsilon_w)\bar{q}(0) = 4\epsilon_w\bar{T}_w^4, \quad \bar{q}(\infty) = 0,$$

где $\alpha = \Sigma_a/\Sigma$ — отношение коэффициента поглощения к коэффициенту ослабления среды; ϵ_w — полусферическая излучательная способность пластины; $\lambda = 2\sqrt{\alpha}$ соответствует DP_0 -приближению, $\lambda = \sqrt{3\alpha}$ — P_1 -приближению. Из первого уравнения (12) в обоих приближениях получается $d\bar{q}/d\tau = \alpha(4\bar{T}^4 - \bar{g}_0)$, а для функции \bar{g}_0 имеем краевую задачу

$$\bar{g}_0'' - \lambda^2\bar{g}_0 = -4\lambda^2\bar{T}^4,$$

$$\lambda^2\epsilon_w\bar{g}_0(0) - 2\alpha(2-\epsilon_w)g_0'(0) = 4\lambda^2\epsilon_w\bar{T}_w^4, \quad \bar{g}_0'(\infty) = 0. \quad (13)$$

Здесь штрих означает дифференцирование по τ . Решение задачи (13) имеет вид

$$\begin{aligned} \bar{g}_0 = & 2\lambda \int_0^\infty e^{-\lambda|t-\tau|} \bar{T}^4(t) dt + 4e^{-\lambda\tau} \left\{ \epsilon_w\bar{T}_w^4 - \right. \\ & \left. - \frac{\lambda}{2} \left[\epsilon_w - \frac{2(2-\epsilon_w)\alpha}{\lambda} \right] \int_0^\infty e^{-\lambda t} \bar{T}^4(t) dt \right\} / \left[\epsilon_w + \frac{2(2-\epsilon_w)\alpha}{\lambda} \right]. \quad (14) \end{aligned}$$

Функцию $\bar{g}_0(\tau)$ можно определить по формуле (14). Однако при реализации на ЭВМ расчета \bar{g}_0 по (14) и путем непосредственного численного решения (13) методом прогонки оказалось что при заданной точности расчетов численное решение более экономично.

При использовании приближений DP_0 или P_1 член с излучением в уравнении энергии (1) зависит от τ_x^* , так что наличие автомодельного решения при больших τ_x^* не является очевидным. Предположим, что при достаточно больших τ_x^* существует автомодельное решение, т. е. $\partial \bar{T} / \partial \tau_x^* = 0$. Полагая последний член в левой части уравнения энергии (1) равным нулю, рассмотрим переменную τ_x^* в правой части уравнения как параметр. Если расчеты покажут, что, начиная с некоторого τ_x^* , решение не зависит от τ_x^* , это и будет означать, что автомодельное решение найдено. Решение в указанных предположениях с учетом τ_x^* в качестве параметра будем называть квазиавтомодельным решением задачи. Следует отметить, что при небольших $N\tau_x^*$, когда оптическая толщина пограничного слоя недостаточно велика, тепловой пограничный слой заметно утолщается под действием излучения, и для получения правильного решения соответствующие граничные условия должны быть поставлены на сравнительно большом расстоянии от поверхности пластины. В то же время, на таких расстояниях от поверхности пластины приближение пограничного слоя может оказаться несправедливым. В расчетах, результаты которых приведены ниже (см. также рис. 1), оказалось достаточно задавать граничные условия при $\xi=20$. Это означает, что если без излучения уравнение пограничного слоя применимы для $Re > Re_*$, то при наличии излучения для рассматриваемых вариантов должно быть $Re \geq 10 Re_*$.

На рис. 3, а сравниваются квазиавтомодельные решения в DP_0 -приближении и в P_1 -приближении при $\epsilon_w = \alpha = 1$. Отчетливо видны участки кривых $K(\tau_x^*)$, соответствующие автомодельной области течения. Хотя качественно результаты расчетов в DP_0 - и P_1 -приближениях хорошо согласуются между собой, точность P_1 -приближения в рассматриваемой задаче выше, как при радиационном равновесии в оптически толстом слое [6] и в задаче о радиационном пограничном слое при больших τ_x^* [7]. Так, в [6] показано, что при радиационном равновесии в плоском слое с оптической толщиной $\tau=10$ P_1 -приближение позволяет определить поток излучения с завышением менее 1%.

Интересно отметить, что квазиавтомодельные решения при различных α и ϵ_w дают практически совпадающие результаты в автомодельной области течения. Это означает, что автомодельный профиль температуры в оптически толстом пограничном слое не зависит от относительной доли рассеяния и излучательной способности пластины. Квазиавтомодельное решение при $\alpha=1$ и $\epsilon_w=0$ быстрее выходит на автомодельный режим, чем при других значениях α и ϵ_w . Поэтому в расчетах удобно полагать $\alpha=1$, $\epsilon_w=0$, как это и делалось при получении зависимостей $K(N)$ и $K_{\text{пк}}(N)$ в автомодельной области течения.

На рис. 3, 4 представлены зависимости конвективного теплового потока, потока излучения и полного теплового потока от координаты вдоль пластины при $\bar{T}_w=0$ и $\bar{T}_w=0,5$, полученные путем квазиавтомодельного решения. Наличие автомодельного решения особенно хорошо заметно по кривым конвективного и полного тепловых потоков. Взаимодействие излучения, теплопроводности и конвективного переноса даже при $N=0,5$ оказывается значительным. Так, при $\bar{T}_w < 1$ неучет деформации профиля температуры может привести к занижению потока излучения в два раза. Конвективный и полный тепловые потоки сильнее меняются под действием излучения при $\bar{T}_w=0,5$; при этом величина q^n более чем на 30% превышает значение q_0^n . На рис. 5 показаны зависимости коэффициентов K и $K_{\text{пк}}$ от параметра N . Видно, что зависимости от N слабые, т. е. в автомодельной области соотношения типа (8), полученные в приближении лучистой теплопроводности, справедливы по крайней мере при $N > 2$ для конвективного теплового потока и при $N > 1$ для полного теплового потока.

Сравнивая результаты, полученные в P_1 -приближении (рис. 3–5) и в приближении лучистой теплопроводности (рис. 2), нетрудно убедиться

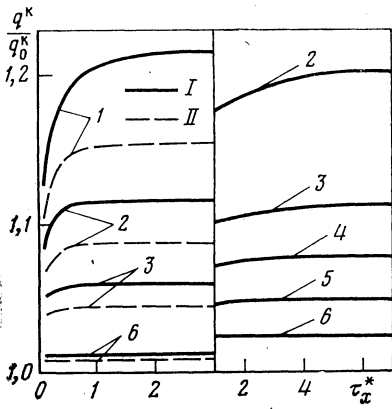


Рис. 3

Рис. 3. Квазиавтомодельное решение в P_1 -приближении (I) и в DP_0 -приближении (II): 1 - $N=0,5$; 2 - 1; 3 - 2; 4 - 3; 5 - 5; 6 - 10

Рис. 4. Квазиавтомодельное решение в P_1 -приближении: а, в - $\bar{T}_w=0$; б, г - 0,5; 1 - 6 - см. обозначения на рис. 3

Рис. 5. Поправки к конвективному и полному тепловым потокам в автомодельной области течения: 1 - $\bar{T}_w=0$; 2 - 0,25; 3 - 0,5; 4 - 0,6

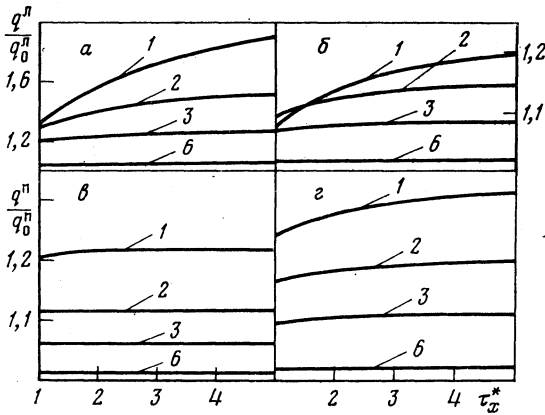


Рис. 4

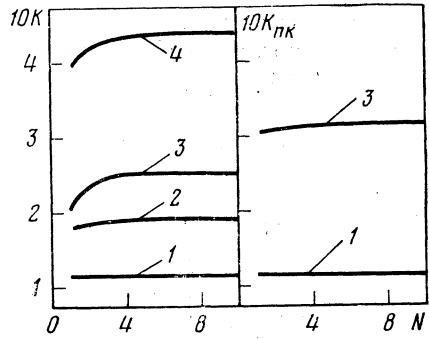


Рис. 5

ся, что в случае холодной пластины величины конвективного теплового потока практически совпадают. При увеличении \bar{T}_w наблюдается значительное расхождение величин q^k , полученных в P_1 и в лучистой теплопроводности. В то же время, значения полного теплового потока, полученные обоими методами, близки друг к другу. Аналогичный вывод о точности приближения лучистой теплопроводности сделан в работах [8, 9].

Несмотря на удобства предложенного выше метода получения автомодельных решений, возможности квазиавтомодельного подхода ограничены. Дело в том, что при большой оптической толщине пограничного слоя требуется решать задачу в P_1 -приближении в оптически очень толстом слое, что связано с математическими трудностями. Поэтому при $N\tau_x^* > 10$ точность расчетов заметно падает. При высокой относительной температуре пластины замедляется выход решения на автомодельный режим. Например, при $\bar{T}_w > 0,5$ для получения автомодельного решения в P_1 -приближении требуется решать задачу при $N\tau_x^* > 10$, т. е. в оптически очень толстом пограничном слое. Поэтому квазиавтомодельный подход использован для поиска автомодельного решения лишь до $\bar{T}_w = 0,7$. С другой стороны, при $N < 0,5$ резко ухудшается сходимость итерационного процесса, что делает непригодным используемые алгоритмы уже при $N = 0,1$. Тем не менее, полученные результаты позволяют утверждать, что в области $\bar{T}_w < 0,8$ при $M = 0$ и $N > 0,1$ не существует перехода к уменьшению конвективного теплового потока, который получен в приближении лучистой теплопроводности в [3] и в данной работе.

Для получения правильных значений конвективного теплового потока и потока теплового излучения можно пойти по пути усовершенствования

приближения лучистой теплопроводности. В работе [10] предложено следующее выражение для потока излучения, учитывающее излучательную способность поверхности:

$$\bar{q} = -\frac{4}{3} [1 - (1 - \varepsilon_w/2) e^{-3\tau/2}] \partial \bar{T}^4 / \partial \tau. \quad (15)$$

Формула (15) отличается от обычного выражения (5) коэффициентом, который при больших τ обращается в единицу, а при $\tau=0$ равен $\varepsilon_w/2$, что компенсирует завышение потока излучения на границе в приближении лучистой теплопроводности.

Для анализа погрешностей, вносимых приближением лучистой теплопроводности, полезно сравнить аналитические решения для потока излучения и дивергенции потока излучения в приближении лучистой теплопроводности и в P_1 -приближении. Примем следующее выражение для температуры в пограничном слое:

$$\bar{T} = 1 - (1 - \bar{T}_w) e^{-k\tau}, \quad (16)$$

которое качественно хорошо описывает реальные температурные профили при $EV\sqrt{Pr} < 2$. Величину k будем считать малой, что соответствует оптически толстому пограничному слою. Используя соотношения (5), (12) и (14), после преобразований получаем

$$\begin{aligned} \bar{q}_w^{лт} &= \frac{16}{3} k \bar{T}_w^3 (1 - \bar{T}_w), \quad \bar{q}_w = \bar{q}_w^{лт} / [1 + 2\sqrt{\alpha/3}(2 - \varepsilon_w)/\varepsilon_w] + O(k^2), \\ \frac{\partial \bar{q}_w^{лт}}{\partial \tau} &= \frac{16}{3} k^2 \gamma (1 - \gamma)^2 (1 - 4\gamma), \quad \gamma = (1 - \bar{T}_w) e^{-k\tau}, \\ \frac{\partial \bar{q}}{\partial \tau} &= \frac{\partial \bar{q}_w^{лт}}{\partial \tau} - \frac{32\alpha}{3} k \frac{\bar{T}_w^3 (1 - \bar{T}_w) e^{-\sqrt{3\alpha}\tau}}{\varepsilon_w/(2 - \varepsilon_w) + 2\sqrt{\alpha/3}} + O(k^2) e^{-\sqrt{3\alpha}\tau}, \end{aligned} \quad (17)$$

где величины с индексом лт получены в приближении лучистой теплопроводности. Из (17) следует, что приближение лучистой теплопроводности дает, вообще говоря, неправильные значения потока излучения и его производной вблизи стенки. Так, в соответствии с (17) величина $\partial \bar{q}_w^{лт} / \partial \tau$ у стенки меняет знак при $\bar{T}_w = 0,75$, чего не происходит с величиной $\partial \bar{q} / \partial \tau$, рассчитанной в P_1 -приближении. Этот результат согласуется с тем, что в приближении лучистой теплопроводности получен переход к уменьшению конвективного теплового потока при $\bar{T}_w \approx 0,75$ для $E=0$, $N \geq 20$ (рис. 2, а), который в действительности не имеет места. В то же время, согласно (17), $\partial \bar{q} / \partial \tau \approx \partial \bar{q}_w^{лт} / \partial \tau$ при $\bar{T}_w \ll 1$, т. е. в случае холодной стенки приближение лучистой теплопроводности можно использовать для расчета воздействия излучения на конвективный тепловой поток, что также показано выше путем непосредственного сравнения с расчетами в P_1 -приближении.

Интересно отметить, что P_1 -приближение дает асимптотическое выражение для потока излучения, аналогичное (15), предложенному в [10]

$$\bar{q} = -\frac{4}{3} \left[1 - \frac{2 - \varepsilon_w}{2 - \varepsilon_w (1 - \sqrt{3}/2)} e^{-\sqrt{3\alpha}\tau} \right] \frac{\partial \bar{T}^4}{\partial \tau}. \quad (18)$$

Формула (18) является более общей, чем (15), так как учитывает рассеяние. В частном случае нерассеивающей среды, т. е. при $\alpha=1$, (18) и (15) незначительно отличаются показателями экспоненты, а также предэкспоненциальными множителями, отношение которых удовлетворяет неравенству $0,93 < 1 - \varepsilon_w (1 - \sqrt{3}/2) / 2 \leq 1$. Интересно, что в DP_0 -приближении предэкспоненциальный множитель получается равным $(2 - \varepsilon_w) / [2 - \varepsilon_w (1 - 1/\sqrt{\alpha})]$ и переходит в $(1 - \varepsilon_w/2)$ для нерассеивающей среды.

С помощью (18) и (3) нетрудно оценить толщину пристенного слоя, в котором приближение лучистой теплопроводности дает неправильные

величины потока излучения. Так, полагая $\alpha=0,75$, получаем, что на расстояниях от стенки, больших чем

$$\Delta\xi_1 \approx \frac{\ln[100(1-\varepsilon_w/2)/p]}{6\sqrt{N\tau_x^* Pr}}, \quad (19)$$

погрешность определения потока излучения с использованием приближения лучистой теплопроводности не превышает p %. Аналогично можно определить и $\Delta\xi_2$ -ширину области, вне которой дивергенция потока излучения достаточно хорошо рассчитывается в приближении лучистой теплопроводности. Как отмечалось выше, величина $\Delta\xi_2$ существенным образом зависит от относительной температуры стенки. В диапазоне $0 < \bar{T}_w < \bar{T}_w^*$ (\bar{T}_w^* — значение \bar{T}_w , при котором $\partial\bar{q}^{rx}/\partial\tau$ меняет знак), принимая во внимание, что $k \sim 1/\sqrt{N\tau_x^*}$, из (17) получаем

$$\Delta\xi_2 - \Delta\xi_1 \sim \ln N\tau_x^* / \sqrt{N\tau_x^*}. \quad (20)$$

Соотношения (19), (20) указывают на то, что при упомянутых выше ограничениях на \bar{T}_w при больших $N\tau_x^*$ приближение лучистой теплопроводности справедливо практически по всей толщине пограничного слоя, за исключением узкой пристенной области.

Москва

Поступила в редакцию
30 XI 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Г. Лойцянский. Ламинарный пограничный слой. Физматгиз, 1962.
2. Л. А. Домбровский. ТВТ, 15, № 5, 1047, 1977.
3. R. Viskanta, R. J. Grosh. Int. J. Heat Mass Transfer, 5, 9, 795, 1962.
4. Э. М. Спарроу, Р. Д. Сесс. Теплообмен излучением. «Энергия», 1971.
5. М. Н. Оцисик. Сложный теплообмен. «Мир», 1976.
6. Л. А. Домбровский. Изв. АН СССР, МЖГ, № 4, 183, 1974.
7. Л. А. Домбровский. ТВТ, 16, № 5, 1042, 1978.
8. Новотный, Янг Куанг-Цу. Теплопередача, 89, 4, 33, 1967.
9. Тэйгел, Харгнетт. РТК, 6, 1, 97, 1968.
10. V. S. Agraci. Int. J. Heat Mass Transfer, 11, 5, 871, 1968.