



# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Д. Кревчик, А. В. Разумов, И. М. Мойко, Квантово-размерный эффект Штарка в спектрах двойной фотоионизации двухэлектронных примесных центров в квазиульмерных структурах,

*Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки*, 2018, выпуск 4, 94–110

<https://www.mathnet.ru/ivpnz142>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.175

14 мая 2025 г., 05:32:40



УДК 535.8; 537.9; 539.33  
DOI 10.21685/2072-3040-2018-4-9

*В. Д. Кревчик, А. В. Разумов, И. М. Мойко*

## **КВАНТОВО-РАЗМЕРНЫЙ ЭФФЕКТ ШТАРКА В СПЕКТРАХ ДВОЙНОЙ ФОТОИОНИЗАЦИИ ДВУХЭЛЕКТРОННЫХ ПРИМЕСНЫХ ЦЕНТРОВ В КВАЗИНУЛЬМЕРНЫХ СТРУКТУРАХ**

### **Аннотация.**

*Актуальность и цели.* Наличие одиночных примесных центров в квантовых точках может оказывать существенное влияние на их электронные и оптические свойства. Исследование возможности управления энергией связи примесных центров посредством варьирования внешних электрического или магнитного полей является актуальной задачей. Особое внимание привлекают двухэлектронные центры из-за возможности наблюдения двойной фотоионизации, которая может дать ценную информацию об электрон-электронных корреляциях в квазинульмерных структурах. Целью данной работы является теоретическое исследование влияния внешнего электрического поля на спектры двойной фотоионизации двухэлектронных примесных центров в полупроводниковой квазинульмерной структуре.

*Материалы и методы.* Влияние внешнего электрического поля проводилось в рамках теории возмущений. Расчет энергии связи и первого потенциала ионизации двухэлектронного примесного атома осуществлялся вариационным методом, где в качестве эмпирического параметра брался второй потенциал ионизации. Выражение для коэффициента примесного поглощения света получено в дипольном приближении с учетом дисперсии радиуса квантовых точек.

*Результаты.* Показано, что с ростом напряженности внешнего электрического поля увеличивается пороговое значение второго потенциала ионизации, начиная с которого возможно существование двухэлектронного связанного состояния из-за электронной поляризации и штарковского сдвига энергии, что сопровождается усилением электронных корреляций. Найдено, что на спектрах двойной фотоионизации усиление электронных корреляций сопровождается штарковским сдвигом спектральных кривых и ярко выраженным их двухгорбым профилем.

*Выводы.* Во внешнем электрическом поле появляются дополнительные степени свободы для управления электронными корреляциями в спектрах двойной фотоионизации квазинульмерных структур.

**Ключевые слова:** двухэлектронные примесные центры, потенциал ионизации, двойная фотоионизация, квантово-размерный эффект Штарка, коэффициент поглощения, квантовая точка.

---

© Кревчик В. Д., Разумов А. В., Мойко И. М., 2018. Данная статья доступна по условиям всемирной лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), которая дает разрешение на неограниченное использование, копирование на любые носители при условии указания авторства, источника и ссылки на лицензию Creative Commons, а также изменений, если таковые имеют место.

*V. D. Krevchik, A. V. Razumov, I. M. Moyko*

## QUANTUM-DIMENSIONAL STARK EFFECT IN THE SPECTRA OF DOUBLE PHOTO-IONIZATION OF TWO-ELECTRON IMPURITY CENTERS IN QUASIZERO-DIMENSIONAL STRUCTURES

### Abstract.

*Background.* The presence of single impurity centers in quantum dots can have a significant impact on their electronic and optical properties. The study of the possibility of controlling the binding energy of impurity centers by varying external electric or magnetic fields is an urgent task. Two-electron centers attract particular attention because of the possibility of observing double photoionization, which can provide valuable information about electron-electron correlations in quasizero-dimensional structures. The aim of this work is to theoretically study the influence of an external electric field on the spectra of double photoionization of two-electron impurity centers in a semiconductor quasizero-dimensional structure.

*Materials and methods.* The influence of the external electric field was carried out in the framework of the perturbation theory. The calculation of the binding energy and the first ionization potential of a two-electron impurity atom was carried out by the variational method, where the second ionization potential was taken as an empirical parameter. The expression for the coefficient of extrinsic absorption of light was obtained in the dipole approximation taking into account the dispersion of the radius of quantum dots.

*Results.* It is shown that with an increase in the intensity of the external electric field, the threshold value of the second ionization potential increases, starting from which the existence of a two-electron bound state is possible due to electron polarization and a Stark energy shift, which is accompanied by the strengthening of electron correlations. It was found that, in the spectra of double photoionization, the strengthening of electron correlations is accompanied by a Stark shift of the spectral curves and their pronounced two-humped profile.

*Conclusions.* In an external electric field, additional degrees of freedom appear to control electronic correlations in the spectra of double photoionization of quasizero-dimensional structures.

**Keywords:** two-electron impurity centers, ionization potential, double photoionization, quantum-size Stark effect, absorption coefficient, quantum dot.

### Введение

Интерес к двухэлектронным примесным центрам в квантовых точках обусловлен прежде всего новой физической ситуацией, связанной с размерным квантованием. Ранее в работе [1] нами было проверено обобщение метода потенциала нулевого радиуса на случай двухэлектронных примесных центров с эффективным зарядом ядра, равным нулю, в сферически-симметричной квантовой точке. Была выявлена роль размерного квантования в подавлении электронных корреляций как в энергетическом спектре двухэлектронного примесного центра, так и в спектрах двойной фотоионизации квазиуменьшенных структур. Наличие внешнего электрического поля дает дополнительные степени свободы для управления электронными корреляциями в квантовых точках. Данная работа посвящена развитию теории двойной фотоионизации в квазиуменьшенных структурах во внешнем электрическом поле

на основе обобщения метода потенциала нулевого радиуса на случай двухэлектронных примесных центров в сферически-симметричной квантовой точке.

Целью данной работы является теоретическое исследование влияния внешнего электрического поля на спектры двойной фотоионизации двухэлектронных примесных центров в полупроводниковой квазиульмерной структуре.

### **1. Расчет первого потенциала ионизации двухэлектронного примесного центра в полупроводниковой квантовой точке во внешнем электрическом поле**

Проведем расчет первого потенциала ионизации  $E_1$  двухэлектронного примесного центра в полупроводниковой квантовой точке (КТ) во внешнем электрическом поле. Воспользуемся полуэмпирической моделью двухэлектронных примесных центров, развитой в работе [2]. Короткодействующий потенциал в этой модели аппроксимируется потенциальной ямой глубины  $V_0$ , радиус которой  $d$  значительно меньше радиуса локализованного состояния. В качестве эмпирического параметра примем энергию двукратно ионизованной примеси, т.е. второй потенциал ионизации  $E_2$ . Влияние электрического поля на основное состояние двухэлектронного примесного центра учтем в рамках теории возмущений. Пусть внешнее электрическое поле  $\mathbf{E}_0$  направлено вдоль оси  $z$ . Двухэлектронная волновая функция будет удовлетворять уравнению Шредингера

$$\mathbf{H}(\rho_1, \rho_2) \Psi(\rho_1, \rho_2) = E \Psi(\rho_1, \rho_2), \quad (1)$$

где

$$\mathbf{H}(\rho_1, \rho_2) = \mathbf{H}(\rho_1) + \mathbf{H}(\rho_2) + \hbar^2/m^* a_d^2 |\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_2| + \mathbf{V}_E,$$

$$\mathbf{H}(\rho_i) = -\hbar^2 \Delta_i / 2m^* a_d^2 - \hbar^2 V(\rho_i) / 2m^* a_d^2, \quad \rho_d = d/a_d, \quad V(\rho_i) = \begin{cases} V_0^*, & \rho_i \leq \rho_d, \\ 0, & \rho_i > \rho_d, \end{cases}$$

$$V_0^* = V_0/E_d, \quad \rho_i = r_i/a_d,$$

$r_i$  – координаты электронов при  $i=1,2$ ,  $a_d = \epsilon \hbar^2 / m^* e^2$ ,  $E_d = \hbar^2 / 2m^* a_d^2$  – эффективный боровский радиус и боровская энергия соответственно;  $m^*$  – эффективная масса электрона;  $\mathbf{V}_E = -|e| E_0 (z_1 + z_2)$  – оператор возмущения, учитывающий влияние электрического поля.

Величину  $E_1$  будем искать вариационным методом с волновыми функциями невозмущенной задачи, взятыми в виде произведения одноэлектронных волновых функций  $\Psi(\rho_i)$ :

$$\Psi(\rho_1, \rho_2) = \Psi(\rho_1) \Psi(\rho_2), \quad (2)$$

В работе [3] в рамках модели сферически симметричной потенциальной ямы (модель «жестких стенок») получено выражение для невозмущенной пробной двухэлектронной волновой функции вида

$$\Psi^{(0)}(\rho_1, \rho_2) = \frac{B^2}{\rho_1 \rho_2} \begin{cases} \frac{\text{sh}^2(R_0^* \eta^{-1} - \rho_d \eta^{-1}) \sin(\chi_0 \rho_1) \sin(\chi_0 \rho_2)}{\text{sh}^2(R_0^* \eta^{-1}) \sin^2(\chi_0 \rho_d)}, \rho_i < \rho_d, \\ \frac{\text{sh}(R_0^* \eta^{-1} - \rho_1 \eta^{-1}) \text{sh}(R_0^* \eta^{-1} - \rho_2 \eta^{-1})}{\text{sh}^2(R_0^* \eta^{-1})}, \rho_i \geq \rho_d, \end{cases} \quad (3)$$

здесь  $\chi_0 = \sqrt{V_0^* - \eta^{-2}}$ ,  $V_0^* = V_0/E_d$ ,  $\eta = \sqrt{E_d/|E_2|}$ ,  $R_0^* = R_0/a_d$ ;  $R_0$  – радиус КТ;  $B = \sqrt{2\eta^{-1}/(\text{th}(R_0^* \eta^{-1}) - R_0^* \eta^{-1} \text{cosec}(R_0^* \eta^{-1}))}$ .

В рамках теории возмущений энергия связи двухэлектронного примесного центра (в боровских единицах) определяется выражением

$$\frac{\epsilon_E(R_0^*, \eta)}{E_d} = \frac{\epsilon^{(0)}(R_0^*, \eta)}{E_d} + \frac{\epsilon^{(1)}(R_0^*, \eta)}{E_d}, \quad (4)$$

здесь  $\epsilon^{(0)}(R_0^*, \eta)/E_d$  – невозмущенная энергия двухэлектронного примесного центра [1],

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon^{(0)}(R_0^*, \eta)}{E_d} = & -2^3 \eta^{-2} \pi^2 \times \text{sh}^{-4}(R_0^* \eta^{-1}) \times \\ & \times \left( \text{th}(R_0^* \eta^{-1}) - R_0^* \eta^{-1} \text{cosec}(R_0^* \eta^{-1}) \right)^{-2} \left\{ 2^{-1} \left( 2\eta^{-1} R_0^* - \text{sh}(2\eta^{-1} R_0^*) \right)^2 + \right. \\ & \left. + \eta \left[ -4\eta^{-1} R_0^* - 8 \text{ch}^3(\eta^{-1} R_0^*) \text{sh}(\eta^{-1} R_0^*) \text{Chi}(2\eta^{-1} R_0^*) + \right. \right. \\ & \left. \left. + 2 \ln(2 \exp(1+C)\eta^{-1} R_0^*) \text{sh}(2\eta^{-1} R_0^*) + \left( \text{Chi}(4\eta^{-1} R_0^*) - \ln(2) \right) \text{sh}(4\eta^{-1} R_0^*) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \text{Shi}(2\eta^{-1} R_0^*) \left( 1 - 2 \text{ch}(2\eta^{-1} R_0^*) - \text{ch}(4\eta^{-1} R_0^*) \right) + \text{ch}(4\eta^{-1} R_0^*) \text{Shi}(4\eta^{-1} R_0^*) \right] \right\}, \quad (5) \end{aligned}$$

где  $\text{Chi}(x)$  и  $\text{Shi}(x)$  – интегральные гиперболические косинус и синус соответственно;  $C = 0,577$  – постоянная Эйлера [4].

Согласно теории возмущений поправка первого приближения  $\epsilon^{(1)}(R_0^*, \eta)/E_d$  будет определяться средним значением возмущения в состоянии  $\Psi^{(0)}(\rho_1, \rho_2)$ :

$$\frac{\epsilon^{(1)}(R_0^*, \eta)}{E_d} = \left\langle \Psi^{(0)}(\rho_1, \rho_2) | \mathbf{V}_E | \Psi^{(0)}(\rho_1, \rho_2) \right\rangle. \quad (6)$$

Для расчета поправки (6) удобно перейти от сферических к параболическим координатам  $\xi_i, \eta_i, \varphi_i$ , где  $i = 1, 2$ :

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon^{(1)}(R_0^*, \eta)}{E_d} = & - \frac{\eta^{-1} |e| E_0}{4 \left[ \operatorname{th}(R_0^* \eta^{-1}) - R_0^* \eta^{-1} \operatorname{cosec}(R_0^* \eta^{-1}) \right]} \int_0^{2\pi} d\varphi_2 \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^{R_0^*} d\xi_1 \int_0^{R_0^*} d\xi_2 \times \\ & \times \int_0^{R_0^*} d\eta_1 \int_0^{R_0^*} d\eta_2 (\xi_1 + \eta_1)(\xi_2 + \eta_2) [(\xi_1 - \eta_1) + (\xi_2 - \eta_2)] \times \\ & \times \left[ \frac{\operatorname{sh}^4(R_0^* \eta^{-1} - \rho_d \eta^{-1})}{\operatorname{sh}^4(R_0^* \eta^{-1}) \operatorname{sin}^4(\chi_0 \rho_d)} \operatorname{sin}^2\left(\frac{\chi_0}{2}(\xi_1 + \eta_1)\right) \operatorname{sin}^2\left(\frac{\chi_0}{2}(\xi_2 + \eta_2)\right) \theta(\rho_d - \rho_1) \times \right. \\ & \times \theta(\rho_d - \rho_2) + \theta(\rho_1 - \rho_d) \theta(\rho_2 - \rho_d) \operatorname{sh}^{-4}(R_0^* \eta^{-1}) \operatorname{sh}^2\left(R_0^* \eta^{-1} - \frac{\eta^{-1}}{2}(\xi_1 + \eta_1)\right) \times \\ & \left. \times \operatorname{sh}^2\left(R_0^* \eta^{-1} - \frac{\eta^{-1}}{2}(\xi_2 + \eta_2)\right) \right], \quad (7) \end{aligned}$$

где  $\theta(x)$  – функция Хевисайда [4].

После интегрирования в (7) и предельного перехода ( $d \rightarrow 0$ ) получим выражение для поправки к энергии связи двухэлектронного примесного центра:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon^{(1)}(R_0^*, \eta)}{E_d} = & - \frac{2^{-12} \pi^2 \eta^{-1} |e| E_0 \exp(-18R_0^* \eta^{-1}) R_0^*}{\left[ \operatorname{th}(R_0^* \eta^{-1}) - R_0^* \eta^{-1} \operatorname{cosec}(R_0^* \eta^{-1}) \right]} \left\{ \eta \left[ -1 + 2 \exp(2R_0^* \eta^{-1}) - \right. \right. \\ & - \exp(4R_0^* \eta^{-1}) + \exp(8R_0^* \eta^{-1}) - 2 \exp(10R_0^* \eta^{-1}) + \exp(12R_0^* \eta^{-1}) \left. \right] - \\ & - 4R_0^* \exp(4R_0^* \eta^{-1}) \times \left[ R_0^* (1 + \exp(4R_0^* \eta^{-1})) (\operatorname{Chi}(4R_0^* \eta^{-1}) - \operatorname{Chi}(2R_0^* \eta^{-1})) - \right. \\ & - \exp(2R_0^* \eta^{-1}) \frac{\ln(256)}{4} - \ln(R_0^* \eta^{-1}) - \exp(4R_0^* \eta^{-1}) \ln(R_0^* \eta^{-1}) + \ln(R_0^* \eta^{-1}) + \\ & + \exp(4R_0^* \eta^{-1}) \ln(R_0^* \eta^{-1}) + \operatorname{Shi}(2R_0^* \eta^{-1}) - \exp(4R_0^* \eta^{-1}) \operatorname{Shi}(2R_0^* \eta^{-1}) - \\ & - \operatorname{Shi}(4R_0^* \eta^{-1}) + \exp(4R_0^* \eta^{-1}) \operatorname{Shi}(4R_0^* \eta^{-1}) \left. \right\} \exp(2R_0^* \eta^{-1}) \left\{ \left[ 4 \exp(2R_0^* \eta^{-1}) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \eta \exp(-2R_0^* \eta^{-1}) - \eta \exp(4R_0^* \eta^{-1}) + 2(1 + \exp(4R_0^* \eta^{-1})) R_0^* \operatorname{Chi}(2R_0^* \eta^{-1}) - \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -4R_0^* \exp(2R_0^* \eta^{-1}) \ln R_0^* + 2R_0^* \left( \exp(4R_0^* \eta^{-1}) - 1 \right) \text{Shi}(2R_0^* \eta^{-1}) \left\} \exp(2R_0^* \eta^{-1}) \times \\
& \times \left\{ -64 \exp(4R_0^* \eta^{-1}) - \eta + 2\eta \exp(2R_0^* \eta^{-1}) - \eta \exp(2R_0^* \eta^{-1}) + \eta \exp(4R_0^* \eta^{-1}) - \right. \\
& - 2\eta \exp(8R_0^* \eta^{-1}) + \eta \exp(10R_0^* \eta^{-1}) + 4R_0^* \exp(2R_0^* \eta^{-1}) (1 + \exp(4R_0^* \eta^{-1})) \times \\
& \quad \times \text{Chi}(2R_0^* \eta^{-1}) - 4R_0^* \exp(2R_0^* \eta^{-1}) (1 + \exp(4R_0^* \eta^{-1})) \text{Chi}(4R_0^* \eta^{-1}) + \\
& + R_0^* \exp(4R_0^* \eta^{-1}) \ln 256 - 4R_0^* \exp(2R_0^* \eta^{-1}) \left[ 1 - \exp(6R_0^* \eta^{-1}) \right] \text{Shi}(2R_0^* \eta^{-1}) + \\
& \quad \left. + 4R_0^* \exp(4R_0^* \eta^{-1}) \left[ 1 - \exp(4R_0^* \eta^{-1}) \right] \text{Shi}(4R_0^* \eta^{-1}) \right\}. \quad (8)
\end{aligned}$$

С учетом (8) энергия связи двухэлектронного примесного центра в электрическом поле (4) запишется в виде

$$\begin{aligned}
\frac{\varepsilon_E(R_0^*, \eta)}{E_d} &= -2^3 \eta^{-2} \pi^2 \times \text{sh}^{-4}(R_0^* \eta^{-1}) \left( \text{th}(R_0^* \eta^{-1}) - R_0^* \eta^{-1} \text{cosec}(R_0^* \eta^{-1}) \right)^{-2} \times \\
& \times \left\{ 2^{-1} \left( 2\eta^{-1} R_0^* - \text{sh}(2\eta^{-1} R_0^*) \right)^2 + \eta \left[ -4\eta^{-1} R_0^* - 8 \text{ch}^3(\eta^{-1} R_0^*) \text{sh}(\eta^{-1} R_0^*) \times \right. \right. \\
& \times \text{Chi}(2\eta^{-1} R_0^*) + 2 \ln(2 \exp(1+C) \eta^{-1} R_0^*) \text{sh}(2\eta^{-1} R_0^*) + \left( \text{Chi}(4\eta^{-1} R_0^*) - \ln(2) \right) \times \\
& \quad \times \text{sh}(4\eta^{-1} R_0^*) - \text{Shi}(2\eta^{-1} R_0^*) \left( 1 - 2 \text{ch}(2\eta^{-1} R_0^*) - \text{ch}(4\eta^{-1} R_0^*) \right) + \\
& \quad \left. \left. + \text{ch}(4\eta^{-1} R_0^*) \text{Shi}(4\eta^{-1} R_0^*) \right] \right\} - \frac{2^{-12} \pi^2 \eta^{-1} |e| E_0 \exp(-18R_0^* \eta^{-1}) R_0^*}{\text{th}(R_0^* \eta^{-1}) - R_0^* \eta^{-1} \text{cosec}(R_0^* \eta^{-1})} \times \\
& \times \left\{ \eta \left[ -1 + 2 \exp(2R_0^* \eta^{-1}) - \exp(4R_0^* \eta^{-1}) + \exp(8R_0^* \eta^{-1}) - 2 \exp(10R_0^* \eta^{-1}) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \exp(12R_0^* \eta^{-1}) \right] - 4R_0^* \exp(4R_0^* \eta^{-1}) \times \left[ R_0^* (1 + \exp(4R_0^* \eta^{-1})) \times \right. \right. \\
& \quad \times \left( \text{Chi}(4R_0^* \eta^{-1}) - \text{Chi}(2R_0^* \eta^{-1}) \right) - \exp(2R_0^* \eta^{-1}) \frac{\ln(256)}{4} - \ln(R_0^* \eta^{-1}) - \\
& - \exp(4R_0^* \eta^{-1}) \ln(R_0^* \eta^{-1}) + \ln(R_0^* \eta^{-1}) + \exp(4R_0^* \eta^{-1}) \ln(R_0^* \eta^{-1}) + \text{Shi}(2R_0^* \eta^{-1}) - \\
& \quad \left. \left. - \exp(4R_0^* \eta^{-1}) \text{Shi}(2R_0^* \eta^{-1}) - \text{Shi}(4R_0^* \eta^{-1}) + \exp(4R_0^* \eta^{-1}) \text{Shi}(4R_0^* \eta^{-1}) \right] \right\} \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \exp\left(2R_0^* \eta^{-1}\right) \left\{ \left[ 4 \exp\left(2R_0^* \eta^{-1}\right) + \eta \exp\left(-2R_0^* \eta^{-1}\right) - \eta \exp\left(4R_0^* \eta^{-1}\right) + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + 2\left(1 + \exp\left(4R_0^* \eta^{-1}\right)\right) R_0^* \operatorname{Chi}\left(2R_0^* \eta^{-1}\right) - 4R_0^* \exp\left(2R_0^* \eta^{-1}\right) \ln R_0^* + \right. \right. \\
 & + 2R_0^* \left( \exp\left(4R_0^* \eta^{-1}\right) - 1 \right) \operatorname{Shi}\left(2R_0^* \eta^{-1}\right) \left. \right\} \exp\left(2R_0^* \eta^{-1}\right) \left\{ -64 \exp\left(4R_0^* \eta^{-1}\right) - \eta + \right. \\
 & \quad \left. + 2\eta \exp\left(2R_0^* \eta^{-1}\right) - \eta \exp\left(2R_0^* \eta^{-1}\right) + \eta \exp\left(4R_0^* \eta^{-1}\right) - 2\eta \exp\left(8R_0^* \eta^{-1}\right) + \right. \\
 & \quad \left. + \eta \exp\left(10R_0^* \eta^{-1}\right) + 4R_0^* \exp\left(2R_0^* \eta^{-1}\right) \left(1 + \exp\left(4R_0^* \eta^{-1}\right)\right) \operatorname{Chi}\left(2R_0^* \eta^{-1}\right) - \right. \\
 & \quad \left. - 4R_0^* \exp\left(2R_0^* \eta^{-1}\right) \left(1 + \exp\left(4R_0^* \eta^{-1}\right)\right) \operatorname{Chi}\left(4R_0^* \eta^{-1}\right) + R_0^* \exp\left(4R_0^* \eta^{-1}\right) \ln 256 - \right. \\
 & \quad \left. - 4R_0^* \exp\left(2R_0^* \eta^{-1}\right) \left[ 1 - \exp\left(6R_0^* \eta^{-1}\right) \right] \operatorname{Shi}\left(2R_0^* \eta^{-1}\right) + \right. \\
 & \quad \left. + 4R_0^* \exp\left(4R_0^* \eta^{-1}\right) \left[ 1 - \exp\left(4R_0^* \eta^{-1}\right) \right] \operatorname{Shi}\left(4R_0^* \eta^{-1}\right) \right\}. \quad (9)
 \end{aligned}$$

Минимизация по параметру  $\eta$  требует решения трансцендентного уравнения для нахождения экстремального значения  $\tilde{\eta}$ :

$$\frac{\partial \varepsilon_E\left(R_0^*, \eta\right)}{\partial \eta} = 0^1. \quad (10)$$

Первый потенциал ионизации  $E_1$  (в боровских единицах) можно представить как функцию второго  $E_2$ , взятого из эксперимента

$$\frac{E_1}{E_d} = - \frac{\varepsilon_E\left(R_0^*, \tilde{\eta}\right)}{E_d} - \frac{E_2}{E_d}. \quad (11)$$

На рис. 1 представлена связь между первым и вторым потенциалами ионизации двухэлектронного примесного центра с эффективным зарядом ядра, равным нулю, в полупроводниковой КТ во внешнем электрическом поле, рассчитанная из (11). Кривые 1, 2, 3 соответствуют различным значениям напряженности внешнего электрического поля  $E_0$ . Из сравнения кривых 1, 2 и 3 видно, что с ростом величины  $E_0$  увеличивается пороговое значение второго потенциала ионизации, начиная с которого возможно существование двухэлектронного связанного состояния из-за электронной поляризации и шарковского сдвига энергии, что сопровождается усилением электронных корреляций.

<sup>1</sup> Аналитическое выражение для (10) имеет очень громоздкий вид и по этой причине здесь не приводится.



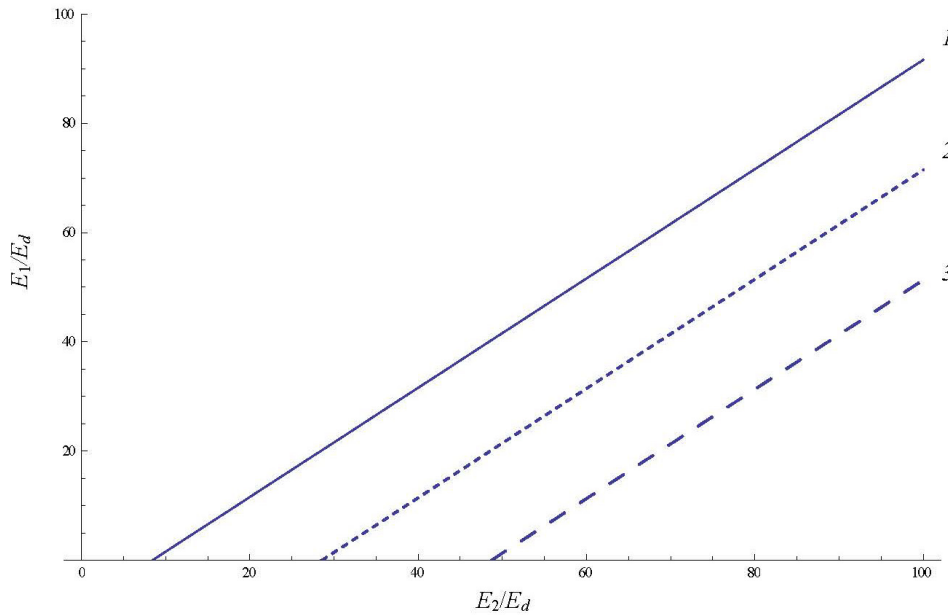


Рис. 1. Связь между первым  $E_1$  и вторым  $E_2$  потенциалами ионизации двухэлектронного примесного центра с эффективным зарядом ядра, равным нулю, в полупроводниковой квантовой точке при  $R_0^* = 1$ , для разных значений напряженности внешнего электрического поля  $E_0$ , В/м; кривые: 1 –  $E_0 = 0$ ; 2 –  $E_0 = 10^4$ ; 3 –  $E_0 = 2 \cdot 10^4$

**2. Коэффициент поглощения света при фотоионизации двухэлектронных примесных центров в квазиульмерной структуре во внешнем электрическом поле**

Рассмотрим процесс фотоионизации двухэлектронных примесных центров во внешнем электрическом поле. Волновая функция начального состояния определяется выражением вида

$$\Psi(\rho_1, \rho_2) = \frac{2^2 \eta^{-2}}{\left(\text{th}(R_0^* \eta^{-1}) - R_0^* \eta^{-1} \text{cosec}(R_0^* \eta^{-1})\right)^2} \times \frac{\text{sh}(R_0^* \eta^{-1} - \rho_1 \eta^{-1}) \text{sh}(R_0^* \eta^{-1} - \rho_2 \eta^{-1})}{\rho_1 \rho_2 \text{sh}^2(R_0^* \eta^{-1})}. \tag{12}$$

Волновая функция конечного состояния представляет собой произведения одноэлектронных волновых функций в сферической КТ:

$$\Phi(\rho_1, \rho_2) = \Psi_{n,l,m}(\rho_1, \varphi_1, \theta_1) \Psi_{n,l,m}(\rho_2, \varphi_2, \theta_2). \tag{13}$$

Влияние электрического поля на конечные состояния электрона в КТ учтем в рамках теории возмущений.

Во втором порядке теории возмущений энергетический спектр электрона во внешнем электрическом поле запишется в виде

$$E_{n,l,m}^{(2)} = E^{(0)} + V_{n,l,m;n,l,m} + \sum_{n'l'm'} \frac{R_0^{*2} |V_{n,l,m;n',l',m'}|^2}{\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2}, \quad (14)$$

здесь  $\tilde{X}_{n',l'}$  – корень функции Бесселя полуцелого порядка  $l+1/2$ ;  $E^{(0)} = \tilde{X}_{n,l}^2 E_h / R_0^{*2}$  – нулевое приближение к энергии электрона в размерно-квантованной зоне;  $V_{n,l,m;n',l',m'}$  – матричный элемент оператора возмущения, который в сферических координатах имеет вид

$$\mathbf{V}_E = -|e|E_0 a_d r^* \cos \theta. \quad (15)$$

Во втором порядке теории возмущений волновая функция электрона дается выражением вида

$$\Psi_{n,l,m}(r, \theta, \varphi) = \Psi_{n,l,m}^{(0)}(r, \theta, \varphi) + \sum_{n'l'm'} \frac{R_0^{*2} V_{n,l,m;n',l',m'}}{\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2} \Psi_{n',l',m'}^{(0)}(r, \theta, \varphi), \quad (16)$$

где  $\Psi_{n,l,m}^{(0)}(r, \theta, \varphi)$  – волновая функция нулевого приближения

$$\Psi_{n,l,m}^{(0)}(r, \theta, \varphi) = Y_{l,m}(\theta, \varphi) \frac{J_{l+\frac{3}{2}}\left(\frac{\tilde{X}_{n,l}}{R_0^*} r^*\right)}{a_d^{\frac{3}{2}} \sqrt{2\pi} R_0^* \sqrt{r^*} J_{l+\frac{3}{2}}(\tilde{X}_{n,l})}. \quad (17)$$

Матричный элемент  $V_{n,l,m;n',l',m'}$  оператора возмущения с учетом (17) запишется как

$$V_{n,l,m;n',l',m'} = \frac{1}{2\pi R_0^* J_{l+\frac{3}{2}}(\tilde{X}_{n,l}) J_{l'+\frac{3}{2}}(\tilde{X}_{n',l'})} \times \\ \times \int_0^{R_0^*} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} Y_{l,m}^*(\theta, \varphi) J_{l+\frac{3}{2}}\left(\frac{\tilde{X}_{n,l}}{R_0^*} r^*\right) \mathbf{V}_E Y_{l',m'}(\theta, \varphi) J_{l'+\frac{3}{2}}\left(\frac{\tilde{X}_{n',l'}}{R_0^*} r^*\right) r^* dr^*. \quad (18)$$

Используя свойства ортогональности шаровых функций, интегралы по переменным  $\theta$  и  $\varphi$  запишутся в виде

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} Y_{l,m}^*(\theta, \varphi) Y_{l',m'}(\theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi = \delta_{m,m'} \delta_{l,l'}, \quad (19)$$

Интегрирование по  $r^*$  дает [5]:

$$\int_0^{R_0^*} J_{l+\frac{3}{2}}\left(\frac{\tilde{X}_{n,l}}{R_0^*} r^*\right) J_{l+\frac{3}{2}}\left(\frac{\tilde{X}_{n',l}}{R_0^*} r^*\right) r^{*2} dr^* = \frac{(\tilde{X}_{n,l} \tilde{X}_{n',l})^{l+\frac{3}{2}}}{2^3 (2R_0^*)^{2l} \Gamma\left(l+\frac{3}{2}\right)} \times$$

$$\times \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\left(\frac{\tilde{X}_{n,l}}{2}\right)^{2k}}{k!(2k+3)\Gamma\left(l+k+\frac{5}{2}\right)} F\left(-k, -l-\frac{3}{2}-k; l+\frac{5}{2}, \left(\frac{\tilde{X}_{n',l}}{\tilde{X}_{n,l}}\right)^2\right), \quad (20)$$

где  $F(\alpha, \beta; \gamma, x)$  – вырожденная гипергеометрическая функция [4].

С учетом (19)–(20) матричный элемент рассматриваемого оптического перехода можно представить в виде

$$V_{n,l,m;n'l'm'} = \sum_{n'=1}^{\infty} \frac{|e| E_0 a_d (\tilde{X}_{n,l} \tilde{X}_{n',l})^{l+\frac{3}{2}}}{2^4 \pi R_0^* (2R_0^*)^{2l} J_{l+\frac{3}{2}}(\tilde{X}_{n,l}) J_{l'+\frac{3}{2}}(\tilde{X}_{n',l}) \Gamma\left(l+\frac{3}{2}\right)} \times$$

$$\times \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{\tilde{X}_{n,l}}{2}\right)^{2k}}{k!(2k+3)\Gamma\left(l+k+\frac{5}{2}\right)} F\left(-k, -l-\frac{3}{2}-k; l+\frac{5}{2}, \left(\frac{\tilde{X}_{n',l}}{\tilde{X}_{n,l}}\right)^2\right). \quad (21)$$

Эффективный гамильтониан взаимодействия с полем световой волны определяется выражением

$$\mathbf{H}_{\text{int}B}^{(s)} = -i\lambda_0 \hbar \left( \frac{2\pi\hbar^2 \alpha^*}{\varepsilon \omega m^*} I_0 \right)^{1/2} \exp(i\mathbf{q}_s \mathbf{r}) (\mathbf{e}_{\lambda_s} \nabla_{\mathbf{r}}), \quad (22)$$

где  $\lambda_0$  – коэффициент локального поля, учитывающий различие амплитуд локального и среднего макроскопического полей;  $I_0$  – интенсивность света;  $\omega$  – частота поглощаемого света;  $\varepsilon$  – статическая диэлектрическая проницаемость материала КТ;  $\alpha^*$  – постоянная тонкой структуры с учетом диэлектрической проницаемости.

Матричный элемент, определяющий величину силы осциллятора дипольных оптических переходов электронов из основного состояния двухэлектронного примесного центра (12) в состояния  $\Psi_{n,m,l}(\rho, \varphi, \theta)$  дискретного спектра КТ (16), при наличии внешнего электрического поля запишется следующим образом:

$$M^{(E)} = i\lambda_0 \sqrt{\frac{2\pi\alpha^*}{\omega}} I_0 \left[ \left( E_{n,l,m}^{(2)} - E_1 \right) \times \right.$$

$$\begin{aligned} & \times \left\langle \Psi_{n,l,m}^*(r_1, \theta_1, \varphi_1) \Psi^*(r_2) \middle| (\mathbf{e}_\lambda, \mathbf{r}_1) \middle| \Psi(r_1, r_2) \right\rangle + \\ & + \left( E_{n,l,m}^{(2)} - E_2 \right) \left\langle \Psi_{n,l,m}^*(r_1, \theta_1, \varphi_1) \Psi^*(r_2) \middle| (\mathbf{e}_\lambda, \mathbf{r}_2) \middle| \Psi(r_1, r_2) \right\rangle. \end{aligned} \quad (23)$$

С учетом (12), (14) и (16) матричный элемент (24) можно представить в виде

$$\begin{aligned} M^{(E)} = & \frac{i\lambda_0 \sqrt{\alpha^*} I_0 a_d 2^3 \eta^{-3} E_d a_d^5}{\sqrt{\omega} R_0^* \text{sh}^3(R_0^* \eta^{-1}) \left( \text{th}(R_0^* \eta^{-1}) - R_0^* \eta^{-1} \text{cosec}(R_0^* \eta^{-1}) \right)^3} \times \\ & \times \left[ \left( \frac{\tilde{X}_{n,l}^2}{R_0^{*2}} + \frac{V_{n,l,m;n,l,m}}{E_d} + \sum_{n'l'm'} \frac{R_0^{*2} |V_{n,l,m;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_d} - \frac{E_1}{E_d} \right) \int_0^\infty d\rho_2 \int_0^\pi \sin \theta_2 d\theta_2 \int_0^\pi d\varphi_2 \times \right. \\ & \times \int_0^\infty d\rho_1 \int_0^\pi \sin \theta_1 d\theta_1 \int_0^\pi d\varphi_1 \rho_1^2 \rho_2^2 \text{sh}^2(R_0^* \eta^{-1} - \rho_1 \eta^{-1}) \text{sh}(R_0^* \eta^{-1} - \rho_2 \eta^{-1}) \times \\ & \times \left( Y_{l,m}(\theta_1, \varphi_1) \frac{J_{l+\frac{3}{2}}\left(\frac{\tilde{X}_{n,l}}{R_0^*} \rho_1\right)}{J_{l+\frac{3}{2}}(\tilde{X}_{n,l})} + \right. \\ & \left. + \sum_{n'l'm'} \frac{R_0^{*2} V_{n,l,m;n',l',m'}}{\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2} Y_{l',m'}(\theta_1, \varphi_1) \frac{J_{l'+\frac{3}{2}}\left(\frac{\tilde{X}_{n',l'}}{R_0^*} \rho_1\right)}{J_{l'+\frac{3}{2}}(\tilde{X}_{n',l'})} \right) \left. \right] + \\ & + \left( \frac{\tilde{X}_{n,l}^2}{R_0^{*2}} + \frac{V_{n,l,m;n,l,m}}{E_d} + \sum_{n'l'm'} \frac{R_0^{*2} |V_{n,l,m;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_d} - \frac{E_2}{E_d} \right) \int_0^\infty d\rho_1 \int_0^\pi \sin \theta_1 d\theta_1 \int_0^\pi d\varphi_1 \times \\ & \times \int_0^\infty d\rho_2 \int_0^\pi \sin \theta_2 d\theta_2 \int_0^\pi d\varphi_2 \rho_2^2 \rho_1^2 \text{sh}^2(R_0^* \eta^{-1} - \rho_2 \eta^{-1}) \text{sh}(R_0^* \eta^{-1} - \rho_1 \eta^{-1}) \times \\ & \times \left( Y_{l,m}(\theta_2, \varphi_2) \frac{J_{l+\frac{3}{2}}\left(\frac{\tilde{X}_{n,l}}{R_0^*} \rho_2\right)}{J_{l+\frac{3}{2}}(\tilde{X}_{n,l})} + \right. \end{aligned}$$

$$+ \sum_{n'l'm'} \frac{R_0^{*2} V_{n,l,m;n',l',m'}}{\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2} Y_{l',m'}(\theta_2, \varphi_2) \frac{J_{l'+\frac{3}{2}}\left(\frac{\tilde{X}_{n',l'}}{R_0^*} \rho_2\right)}{J_{l'+\frac{3}{2}}(\tilde{X}_{n',l'})} \Bigg]. \quad (24)$$

Интегрирование по углам  $\varphi$  и  $\theta$  дает правила отбора для магнитного  $m$  и орбитального  $l$  квантовых чисел:

$$\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} Y_{l,m}(\theta_1, \varphi_1) \sin \theta_1 d\theta_1 d\varphi_1 = 2^2 \pi \delta_{m,0} \delta_{l,0}. \quad (25)$$

Вычисление интегралов по переменной  $\rho$  дает

$$\int_0^{R_0^*} \rho sh(R_0^* \eta^{-1} - \rho \eta^{-1}) d\rho = \eta^2 sh(R_0^* \eta^{-1}) - R_0^* \eta \quad (26)$$

и

$$\int_0^{\infty} \rho^{\frac{3}{2}} sh^2(R_0^* \eta^{-1} - \rho \eta^{-1}) J_{\frac{3}{2}}\left(\frac{\tilde{X}_{n,0}}{R_0^*} \rho\right) d\rho = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{\tilde{X}_{n,0}}{R_0^*}\right)^{-\frac{5}{2}} \left[ \left(\frac{\tilde{X}_{n,0}}{R_0^*}\right)^2 + 4\eta^{-2} \right]^{-2} \times$$

$$\times \left[ 8\eta^{-2} \left[ \left(\frac{\tilde{X}_{n,0}}{R_0^*}\right)^2 + 2\eta^{-2} \right] \cos(\tilde{X}_{n,0}) + \left(\frac{\tilde{X}_{n,0}}{R_0^*}\right)^4 \operatorname{ch}(2R_0^* \eta^{-1}) - \left[ \left(\frac{\tilde{X}_{n,0}}{R_0^*}\right)^2 + 4\eta^{-2} \right] \times \right.$$

$$\left. \times \left( \left(\frac{\tilde{X}_{n,0}}{R_0^*}\right)^2 + 4\eta^{-2} - 2\tilde{X}_{n,0} \eta^{-2} \sin(\tilde{X}_{n,0}) \right) \right]. \quad (27)$$

Тогда матричный элемент (24) запишется в виде

$$M^{(E)} = \frac{i\lambda_0 \sqrt{\alpha^* I_0 a_d} 2^5 \sqrt{\pi} \eta^{-3} E_d a_d^5}{\sqrt{\omega}} \times$$

$$\times \left[ \left( \frac{\tilde{X}_{n,0}^2}{R_0^{*2}} + \frac{V_{n,0,0;n,0,0}}{E_d} + \sum_{n'l'm'} \frac{R_0^{*2} |V_{n,0,m;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_d} - \frac{E_1}{E_d} \right) F(R_0^*, \eta) \times \right.$$

$$\left. + \left( \frac{\tilde{X}_{n,0}^2}{R_0^{*2}} + \frac{V_{n,0,0;n,0,0}}{E_d} + \sum_{n'l'm'} \frac{R_0^{*2} |V_{n,0,m;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_d} - \frac{E_2}{E_d} \right) F(R_0^*, \eta) \right], \quad (28)$$

здесь использовано обозначение

$$\begin{aligned}
 F(R_0^*, \eta) = & R_0^{*-1} \operatorname{sh}^{-3}(R_0^* \eta^{-1}) \left( \operatorname{th}(R_0^* \eta^{-1}) - R_0^* \eta^{-1} \operatorname{cosec}(R_0^* \eta^{-1}) \right)^{-3} \times \\
 & \times \left\{ \left( \frac{\tilde{X}_{n,0}}{R_0^*} \right)^{-\frac{5}{2}} \frac{(\eta^2 \operatorname{sh}(R_0^* \eta^{-1}) - R_0^* \eta)}{J_{\frac{3}{2}}(\tilde{X}_{n,0})} \left[ \left( \frac{\tilde{X}_{n,0}}{R_0^*} \right)^2 + 4\eta^{-2} \right]^{-2} \times \right. \\
 & \times \left[ 8\eta^{-2} \left( \left( \frac{\tilde{X}_{n,0}}{R_0^*} \right)^2 + 2\eta^{-2} \right) \cos(\tilde{X}_{n,0}) + \left( \frac{\tilde{X}_{n,0}}{R_0^*} \right)^4 \operatorname{ch}(2R_0^* \eta^{-1}) - \left( \left( \frac{\tilde{X}_{n,0}}{R_0^*} \right)^2 + 4\eta^{-2} \right) \times \right. \\
 & \left. \left. \times \left( \left( \frac{\tilde{X}_{n,0}}{R_0^*} \right)^2 + 4\eta^{-2} - 2\tilde{X}_{n,0} \eta^{-2} \sin(\tilde{X}_{n,0}) \right) \right] + \sum_{n'l'm'} \frac{R_0^{*2} V_{n,l,m;n',l',m'}}{\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2} \times \right. \\
 & \times \left( \frac{\tilde{X}_{n',0}}{R_0^*} \right)^{-\frac{5}{2}} \frac{(\eta^2 \operatorname{sh}(R_0^* \eta^{-1}) - R_0^* \eta)}{J_{\frac{3}{2}}(\tilde{X}_{n',0})} \left[ \left( \frac{\tilde{X}_{n',0}}{R_0^*} \right)^2 + 4\eta^{-2} \right]^{-2} \times \\
 & \times \left[ 8\eta^{-2} \left( \left( \frac{\tilde{X}_{n',0}}{R_0^*} \right)^2 + 2\eta^{-2} \right) \cos(\tilde{X}_{n',0}) + \left( \frac{\tilde{X}_{n',0}}{R_0^*} \right)^4 \operatorname{ch}(2R_0^* \eta^{-1}) - \right. \\
 & \left. \left. - \left( \left( \frac{\tilde{X}_{n',0}}{R_0^*} \right)^2 + 4\eta^{-2} \right) \left( \left( \frac{\tilde{X}_{n',0}}{R_0^*} \right)^2 + 4\eta^{-2} - 2\tilde{X}_{n',0} \eta^{-2} \sin(\tilde{X}_{n',0}) \right) \right] \right\}. \quad (29)
 \end{aligned}$$

Будем предполагать, что дисперсия  $u$  размеров КТ возникает в процессе фазового распада пересыщенного твердого раствора и удовлетворительно описывается формулой Лифшица – Слезова [5]:

$$P(u) = \begin{cases} \frac{3^4 e u^2 \exp[-1/(1-2u/3)]}{2^{\frac{5}{3}} (u+3)^{\frac{7}{3}} (3/2-u)^{\frac{11}{3}}}, & u < \frac{3}{2}, \\ 0, & u > \frac{3}{2}, \end{cases} \quad (30)$$

где  $u = R_0 / \overline{R_0}$ ,  $R_0$  и  $\overline{R_0}$  – радиус КТ и его среднее значение соответственно;  $e$  – основание натурального логарифма.

Коэффициент примесного поглощения  $\alpha^{(E)}(\omega)$  света с учетом дисперсии размеров КТ определяется выражением вида

$$\alpha^{(E)}(\omega) = \frac{2\pi N_0}{\hbar I_0} \sum_n \int_0^{\frac{3}{2}} du P(u) \left| M^{(E)} \right|^2 \delta(E_{n,0,0} + |E_1| + |E_2| - \hbar\omega), \quad (31)$$

где  $N_0$  – концентрация КТ в диэлектрической матрице;  $\delta(x)$  – дельта-функция Дирака.

С учетом (29) получим

$$\begin{aligned} \alpha^{(E)}(X) = \alpha_0 \times \sum_{n=1}^N \frac{P(u_n)}{X} \times \\ \times \left[ \left( \frac{\tilde{X}_{n,0}^2}{\bar{R}_0^{*2} u_n^2} + \frac{V_{n,0,0;n,0,0}}{E_d} + \sum_{n'l'm'} \frac{\bar{R}_0^{*2} u_n^2 |V_{n,0,0;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_d} - \frac{E_1}{E_d} \right) F(\bar{R}_0^*, u_n, \eta) \times \right. \\ \left. + \left( \frac{\tilde{X}_{n,0}^2}{\bar{R}_0^{*2} u_n^2} + \frac{V_{n,0,0;n,0,0}}{E_d} + \sum_{n'l'm'} \frac{\bar{R}_0^{*2} u_n^2 |V_{n,0,0;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_d} - \frac{E_2}{E_d} \right) F(\bar{R}_0^*, u_n, \eta) \right]^2, \quad (32) \end{aligned}$$

где  $X = \hbar\omega/E_d$ ;  $\alpha_0 = \lambda_0^2 \alpha^* 2^{10} \pi I_0 \hbar \eta^{-6} E_d a_d^{11}$ ;

$$\begin{aligned} u_n = \left[ 2 \left( X - |E_1|/E_d - |E_2|/E_d - V_{n,0,0;n,0,0}/E_d \right) \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ \times \left( \bar{R}_0^{*2} \sum_{n'l'm'} |V_{n,0,0;n',l',m'}|^2 / E_d \left( \tilde{X}_{n',l'}^2 - \pi^2 \right) + \right. \\ \left. + \left[ \left( \bar{R}_0^{*2} \sum_{n'l'm'} |V_{n,0,0;n',l',m'}|^2 / E_d \left( \tilde{X}_{n',l'}^2 - \pi^2 \right) \right)^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + 4 \left( X - |E_1| - |E_2| - V_{n,0,0;n,0,0} \right) 2 \tilde{X}_{n,0}^2 / E_d \bar{R}_0^{*2} \right]^{\frac{1}{2}} \right)^{1/2}; \\ F(\bar{R}_0^*, u_n, \eta) = \bar{R}_0^{*-1} u_n^{-1} \text{sh}^{-3}(\bar{R}_0^* u_n \eta^{-1}) \times \\ \times \left( \text{th}(\bar{R}_0^* u_n \eta^{-1}) - \bar{R}_0^* u_n \eta^{-1} \text{cosec}(\bar{R}_0^* u_n \eta^{-1}) \right)^{-3} \times \\ \times \left\{ \left( \frac{\tilde{X}_{n,0}}{\bar{R}_0^* u_n} \right)^{-\frac{5}{2}} \frac{\left( \eta^2 \text{sh}(\bar{R}_0^* u_n \eta^{-1}) - \bar{R}_0^* u_n \eta \right)}{J_{\frac{3}{2}}(\tilde{X}_{n,0})} \left[ \left( \frac{\tilde{X}_{n,0}}{\bar{R}_0^* u_n} \right)^2 + 4\eta^{-2} \right]^{-2} \right\} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left[ 8\eta^{-2} \left( \left( \frac{\tilde{X}_{n,0}}{\bar{R}_0^* u_n} \right)^2 + 2\eta^{-2} \right) \cos(\tilde{X}_{n,0}) + \left( \frac{\tilde{X}_{n,0}}{\bar{R}_0^* u_n} \right)^4 \operatorname{ch}(2R_0^* u_n \eta^{-1}) - \right. \\ & \left. - \left( \left( \frac{\tilde{X}_{n,0}}{\bar{R}_0^* u_n} \right)^2 + 4\eta^{-2} \right) \left( \left( \frac{\tilde{X}_{n,0}}{\bar{R}_0^* u_n} \right)^2 + 4\eta^{-2} - 2\tilde{X}_{n,0} \eta^{-2} \sin(\tilde{X}_{n,0}) \right) \right] + \\ & + \sum_{n'l'm'} \frac{\bar{R}_0^{*2} u_n^2 V_{n,0,0;n',l',m'}}{\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2} \left( \frac{\tilde{X}_{n',0}}{\bar{R}_0^* u_n} \right)^{-\frac{5}{2}} \frac{(\eta^2 \operatorname{sh}(R_0^* u_n \eta^{-1}) - \bar{R}_0^* u_n \eta)}{J_3(\tilde{X}_{n',0})} \times \\ & \left[ \left( \frac{\tilde{X}_{n',0}}{\bar{R}_0^* u_n} \right)^2 + 4\eta^{-2} \right]^{-2} \left[ 8\eta^{-2} \left( \left( \frac{\tilde{X}_{n',0}}{\bar{R}_0^* u_n} \right)^2 + 2\eta^{-2} \right) \cos(\tilde{X}_{n',0}) + \left( \frac{\tilde{X}_{n',0}}{\bar{R}_0^* u_n} \right)^4 \times \right. \\ & \left. \times \operatorname{ch}(2\bar{R}_0^* u_n \eta^{-1}) - \left( \left( \frac{\tilde{X}_{n',0}}{\bar{R}_0^* u_n} \right)^2 + 4\eta^{-2} \right) \left( \left( \frac{\tilde{X}_{n',0}}{\bar{R}_0^* u_n} \right)^2 + 4\eta^{-2} - 2\tilde{X}_{n',0} \eta^{-2} \sin(\tilde{X}_{n',0}) \right) \right] \Bigg\}. \end{aligned}$$

На рис. 2 представлены спектральные зависимости коэффициента поглощения света при двойной фотоионизации двухэлектронных примесных центров во внешнем электрическом поле.

Можно видеть, что на спектрах двойной фотоионизации усиление электронных корреляций (см. кривую 2 на рис. 2) сопровождается штарковским сдвигом спектральных кривых и ярко выраженным их двугорбым профилем.

### Заключение

Вариационным методом в модели потенциала нулевого радиуса проведен расчет первого потенциала ионизации двухэлектронного примесного центра с эффективным зарядом ядра, равным нулю, во внешнем электрическом поле. Показано, что внешнее электрическое поле усиливает электронные корреляции из-за штарковского сдвига энергии.

В рамках теории возмущений проведен расчет коэффициента примесного электрооптического поглощения в квазиульмерной структуре с двухэлектронными примесными центрами с учетом дисперсии радиуса КТ.

Исследована спектральная зависимость коэффициента поглощения и его зависимость от напряженности внешнего электрического поля. Показано, что квантово-размерный эффект Штарка проявляется в спектре поглощения квазиульмерной структуры в «красном» смещении энергии оптического перехода. Выявлено, что во внешнем электрическом поле появляются дополнительные степени свободы для управления электронными корреляциями в спектрах двойной фотоионизации квазиульмерных структур.



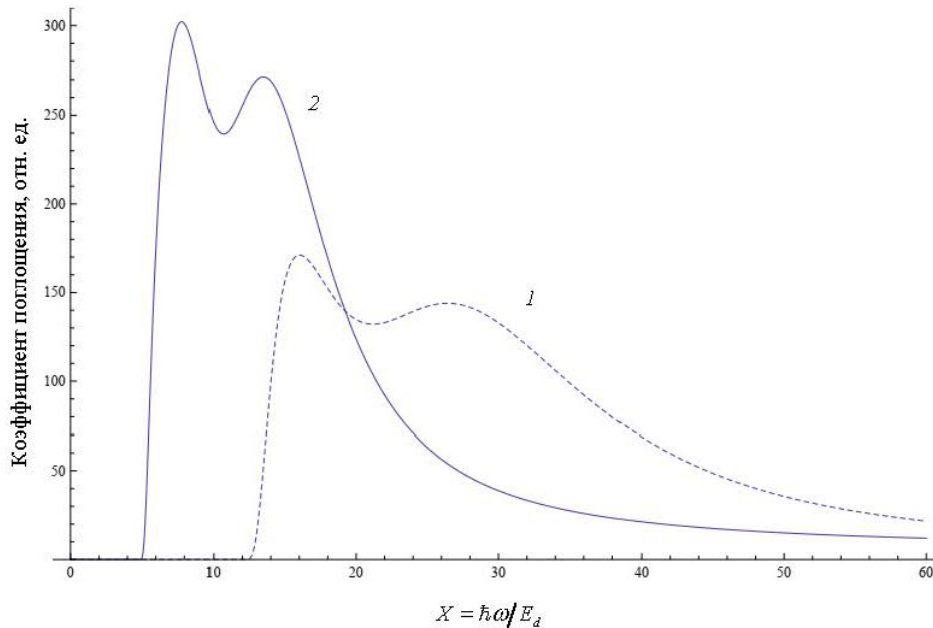


Рис. 2. Спектральная зависимость коэффициентов поглощения света при двойной фотоионизации двухэлектронных примесных центров в квазиуменьшенной структуре при  $E_2 = 0,04$  эВ;  $\bar{R}_0^* = 1$ , для разных значений напряженности внешнего электрического поля  $E_0$ , В/м: 1 –  $E_0 = 0$ , 2 –  $E_0 = 10^4$

### Библиографический список

1. Кревчик, В. Д. Двойная фотоионизация двухэлектронных примесных центров в квазиуменьшенных структурах / В. Д. Кревчик, А. В. Разумов, П. В. Будянский // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2014. – № 3 (31). – С. 289–240.
2. Гринберг, А. А. Об энергетическом спектре многозарядных примесных центров в полупроводниках / А. А. Гринберг, Е. Д. Белорусец // Физика твердого тела. – 1978. – С. 1970–1978.
3. Левашов, А. В. Энергетический спектр и оптические свойства комплекса квантовая точка – примесный центр / А. В. Левашов, В. Д. Кревчик // Физика и техника полупроводников. – 2002. – Т. 36, № 2. – С. 216–220.
4. Бейтмен, Г. Высшие трансцендентные функции / Г. Бейтмен, А. Эрдейи. – Москва : Наука, 1974. – Т. 2. – 295 с.
5. Лифшиц, И. М. О кинетике диффузионного распада пересыщенных твердых растворов / И. М. Лифшиц, В. В. Слезов // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1958. – Т. 35, № 2 (8). – С. 479–492.

### References

1. Krevchik V. D., Razumov A. V., Budyanskiy P. V. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskiye nauki* [University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences]. 2014, no. 3 (31), pp. 289–240. [In Russian]
2. Grinberg A. A., Belorusets E. D. *Fizika tverdogo tela* [Solid state physics]. 1978, pp. 1970–1978. [In Russian]
3. Levashov A. V., Krevchik V. D. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semi-conductor physics and technology]. 2002, vol. 36, no. 2, pp. 216–220. [In Russian]

4. Beytmen G., Erdeyi A. *Vysshiyе transtsendentnyye funktsii* [Higher transcendental functions]. Moscow: Nauka, 1974, vol. 2, 295 p. [In Russian]
5. Lifshits I. M., Slezov V. V. *ZHurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki* [Journal of experimental and theoretical physics]. 1958, vol. 35, no. 2 (8), pp. 479–492. [In Russian]

---

***Кревчик Владимир Дмитриевич***

доктор физико-математических наук,  
профессор, декан факультета  
приборостроения, информационных  
технологий и электроники, Пензенский  
государственный университет (Россия,  
г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

***Krevchik Vladimir Dmitrievich***

Doctor of physical and mathematical  
sciences, professor, dean of the faculty  
of instrument engineering, information  
technology and electronics, Penza  
State University (40 Krasnaya street,  
Penza, Russia)

***Разумов Алексей Викторович***

кандидат физико-математических наук,  
доцент, кафедра общей физики  
и методики обучения физике,  
Пензенский государственный  
университет (Россия,  
г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: Razumov\_alex@mail.ru

***Razumov Aleksey Viktorovich***

Candidate of physical and mathematical  
sciences, associate professor,  
sub-department of general physics  
and methods of physics teaching,  
Penza State University (40 Krasnaya  
street, Penza, Russia)

***Мойко Ирина Михайловна***

аспирант, Пензенский  
государственный университет (Россия,  
г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: irmojko@yandex.ru

***Moyko Irina Mikhailovna***

Postgraduate student, Penza  
State University (40 Krasnaya street,  
Penza, Russia)

---

УДК 535.8; 537.9; 539.33

**Кревчик, В. Д.**

**Квантово-размерный эффект Штарка в спектрах двойной фотоионизации двухэлектронных примесных центров в квазиульмерных структурах / В. Д. Кревчик, А. В. Разумов, И. М. Мойко // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2018. – № 4 (48). – С. 94–110. – DOI 10.21685/2072-3040-2018-4-9.**